

## Corrigé de l'examen final H97

### Problème no. 1 (20 points)

#### a) Calcul de $L_1$ , $L_2$ , et $M$

La réluctance du circuit magnétique:  $R = R_{\text{fer}} + R_{\text{air}} = \frac{l_{\text{fer}}}{\mu A} + \frac{e}{\mu_0 A}$

avec  $l_{\text{fer}} = 2[(b-a)+(c-a)] = 0.28 \text{ m}$ ,  $e = 0.0005 \text{ m}$ , et  $A = ad = 0.0006 \text{ m}^2$ .

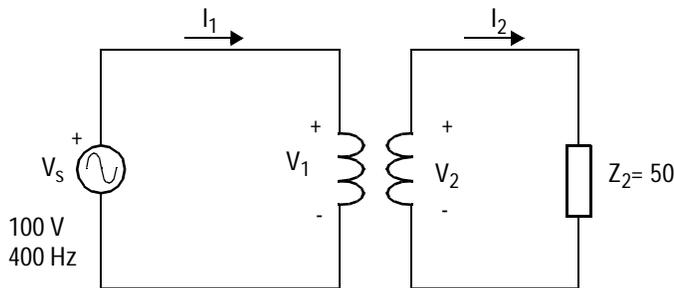
$$R = 1.8568 \times 10^5 + 6.6315 \times 10^5 = 8.4883 \times 10^5 \text{ At/Wb}$$

L'inductance propre de la bobine no. 1:  $L_1 = \frac{N_1^2}{R} = \frac{80^2}{8.4883 \times 10^5} = 0.0075 \text{ H ou } 7.5 \text{ mH}$

L'inductance propre de la bobine no. 2:  $L_2 = \frac{N_2^2}{R} = \frac{160^2}{8.4883 \times 10^5} = 0.030 \text{ H ou } 30 \text{ mH}$

L'inductance mutuelle:  $M = \frac{N_1 N_2}{R} = \frac{80 \times 160}{8.4883 \times 10^5} = 0.015 \text{ H ou } 15 \text{ mH}$

b)

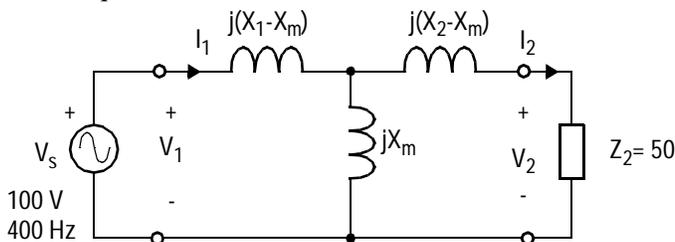


$$X_1 = \omega L_1 = 800\pi \times L_1 = 18.95 \Omega$$

$$X_2 = \omega L_2 = 800\pi \times L_2 = 75.8 \Omega$$

$$X_m = \omega M = 800\pi \times M = 37.9 \Omega$$

Circuit équivalent:



$$X_1 - X_m = (-18.95) \Omega$$

$$X_2 - X_m = 37.9 \Omega$$

$$X_m = 37.9 \Omega$$

Impédance équivalente vue par la source  $V_s$ :

$$Z_1 = -j18.95 + \frac{(j37.9)(50 + j37.9)}{j37.9 + 50 + j37.9} = 10.43 \angle 33.4^\circ \Omega$$

Le courant  $I_1$  est:  $I_1 = \frac{V_s}{Z_1} = \frac{100 \angle 0^\circ}{10.43 \angle 33.4^\circ} = 9.58 \angle -33.4^\circ \text{ A}$

Le courant  $I_2$  est calculé par la loi du diviseur de courant:

$$I_2 = \frac{j37.9}{j37.9 + 50 + j37.9} \times I_1 = 4 \angle 0^\circ \text{ A}$$

La tension  $V_2$  est:  $V_2 = 50I_2 = 200 \angle 0^\circ \text{ V}$

### Problème no. 2 (20 points)

Soit un transformateur monophasé 60 Hz, 50 kVA, 2400V/240V.

On fait des essais sur ce transformateur pour déterminer les paramètres de son modèle:

- Essai à vide:

Le secondaire est connecté à une source de tension de 240 V. Le primaire est laissé en circuit ouvert.

On mesure:  $V_{1co} = 2400$  V  $I_{2co} = 5.9$  A  $P_{2co} = 215$  W

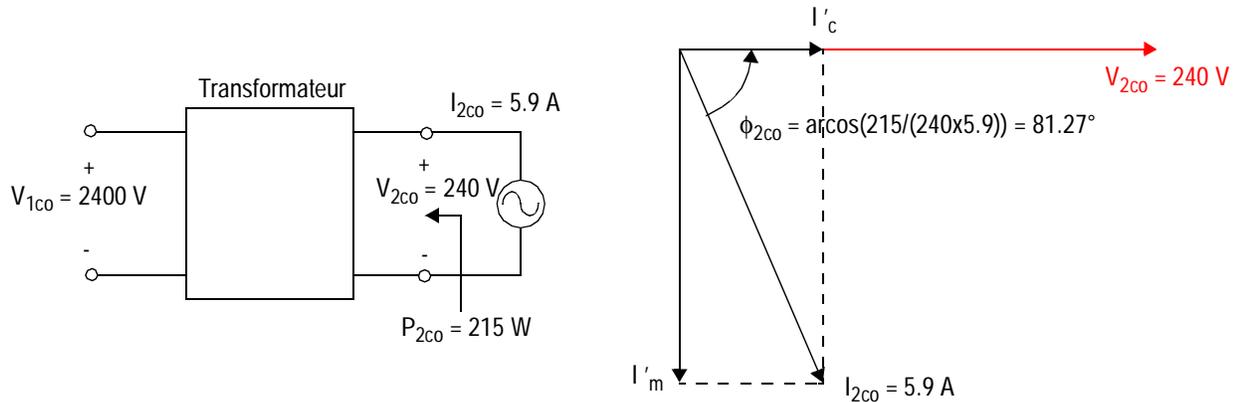
- Essai en court-circuit:

Le primaire est connecté à une source de tension de 60 V. Le secondaire est en court-circuit.

On mesure:  $I_{1cc} = 20.833$  A  $P_{1cc} = 750$  W

a) Déterminer les paramètres du modèle du transformateur (valeurs ramenées au primaire)

Essai à vide:



Le courant  $I_c'$  est: 
$$I_c' = \frac{P_{2co}}{V_{2co}} = \frac{215}{240} = 0.895 \text{ A}$$

Le courant  $I_m'$  est: 
$$I_m' = \sqrt{I_{2co}^2 - I_c'^2} = \sqrt{5.9^2 - 0.895^2} = 5.83 \text{ A}$$

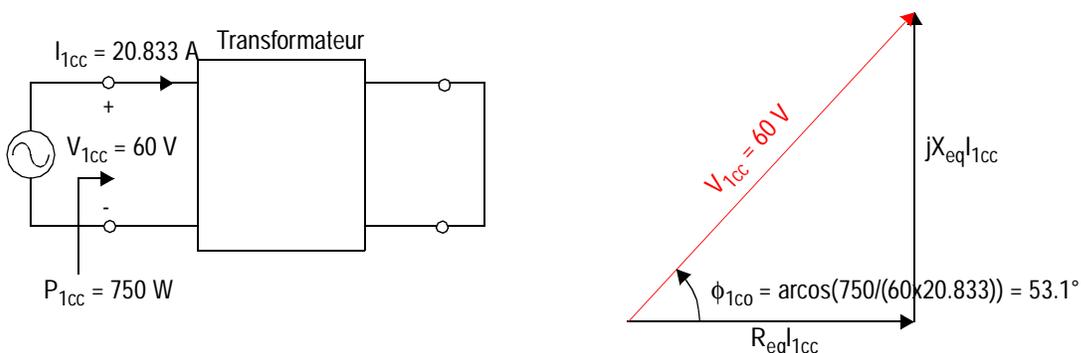
La résistance  $R_c'$  est: 
$$R_c' = \frac{V_{2co}}{I_c'} = \frac{240}{0.895} = 268.16 \Omega$$

La réactance  $X_m'$  est: 
$$X_m' = \frac{V_{2co}}{I_m'} = \frac{240}{5.83} = 41.166 \Omega$$

La résistance  $R_c$  au primaire: 
$$R_c = a^2 R_c' = 100 \times 268.16 \Omega = 26.816 \text{ k}\Omega$$

La réactance  $X_m$  au primaire: 
$$X_m = a^2 X_m' = 100 \times 41.166 \Omega = 4.11 \text{ k}\Omega$$

Essai en court-circuit:



La résistance  $R_{eq}$  est: 
$$R_{eq} = \frac{P_{1cc}}{I_{1cc}^2} = \frac{750}{20.833^2} = 1.73 \Omega$$

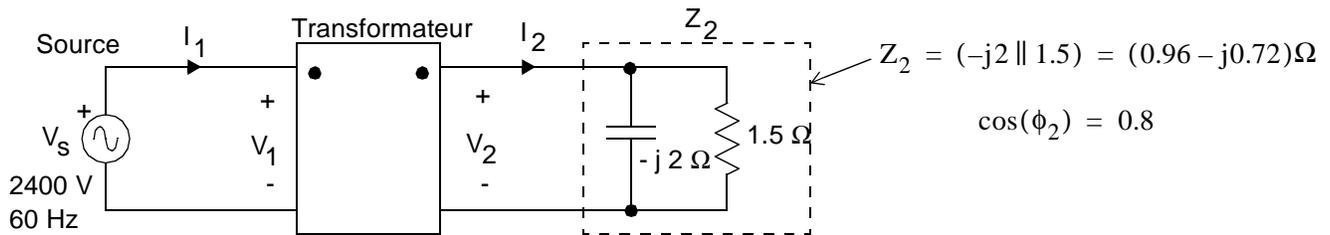
La réactance  $X_{eq}$  est: 
$$X_{eq} = \frac{\sqrt{V_{1cc}^2 - (R_{eq} I_{1cc})^2}}{I_{1cc}} = 2.30 \Omega$$

On peut partager en deux  $R_{eq}$  et  $X_{eq}$  pour obtenir la valeur de  $R_1, R_2', X_1$  et  $X_2'$ :

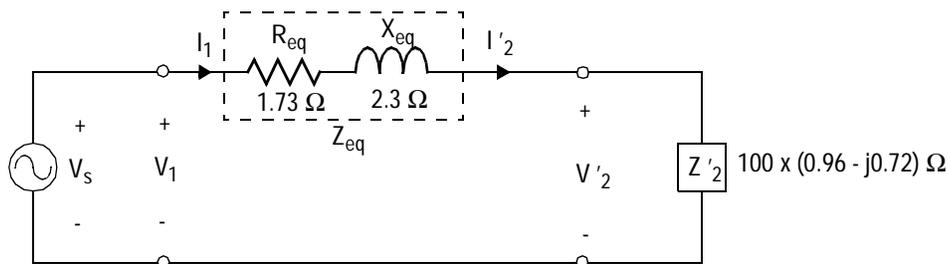
$$R_1 = R_2' = \frac{R_{eq}}{2} = 0.865 \Omega$$

$$X_1 = X_2' = \frac{X_{eq}}{2} = 1.15 \Omega$$

b) On connecte une source de tension de 2400 V/ 60 Hz au primaire et une impédance  $Z_2$  au secondaire.



Circuit équivalent référé au primaire:



La tension  $V'_2$  est donnée par:

$$V'_2 = \frac{Z'_2}{Z'_2 + Z_{eq}} \times V_s = \frac{100(0.96 - j0.72)}{100(0.96 - j0.72) + (1.73 + j2.3)} \times 2400 \angle 0^\circ = 2399.2 \angle -1.37^\circ$$

La tension au secondaire est:

$$V_2 = \frac{V'_2}{a} = \frac{2399.2 \angle -1.37^\circ}{10} = 239.9 \angle -1.37^\circ \text{ V}$$

Le courant au primaire: 
$$I_1 = \frac{V_s}{Z_{eq} + Z'_2} = \frac{2400 \angle 0^\circ}{100(0.96 - j0.72) + (1.73 + j2.3)} = 19.99 \angle 35.5^\circ \text{ A}$$

Rendement du transformateur:

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{Fe} + P_{Cu}} = \frac{2399.2 \times 19.99 \times 0.8}{(2399.2 \times 19.99 \times 0.8) + 215 + (1.73 \times 19.99^2)} = 0.977$$

### Problème no. 3 (20 points)

a) Le primaire du transformateur triphasé est relié à une source triphasée de 2400 V (ligne-ligne). Le secondaire alimente une charge équilibrée composée de trois impédances connectées en  $\Delta$ .

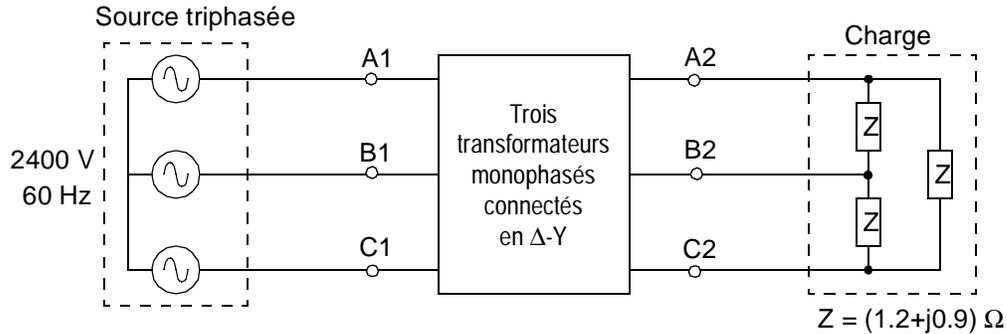


Schéma triphasé complet:

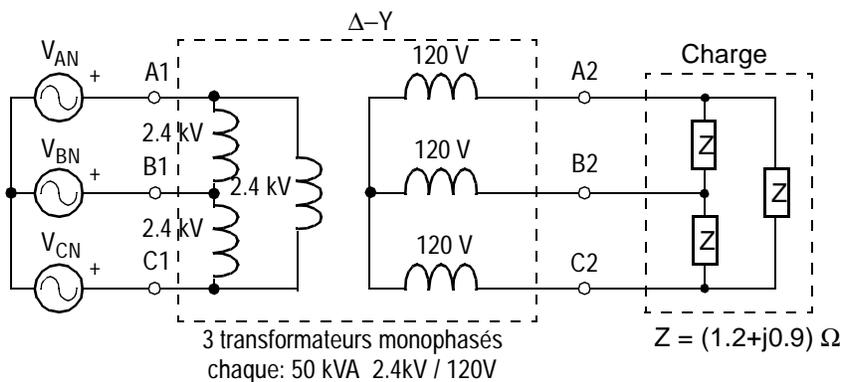
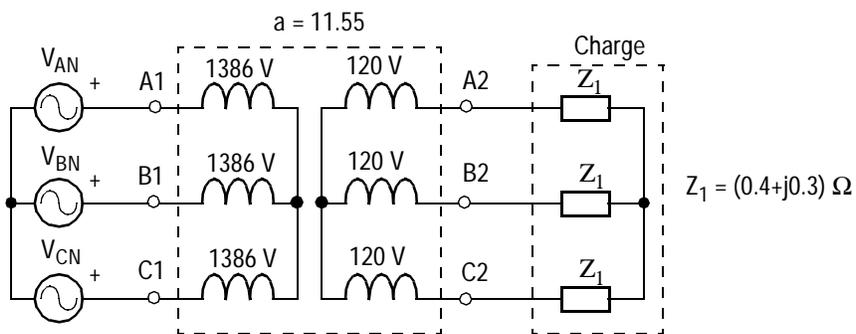
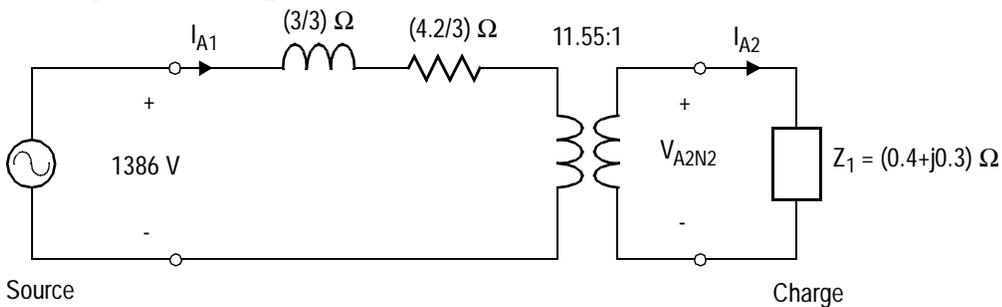


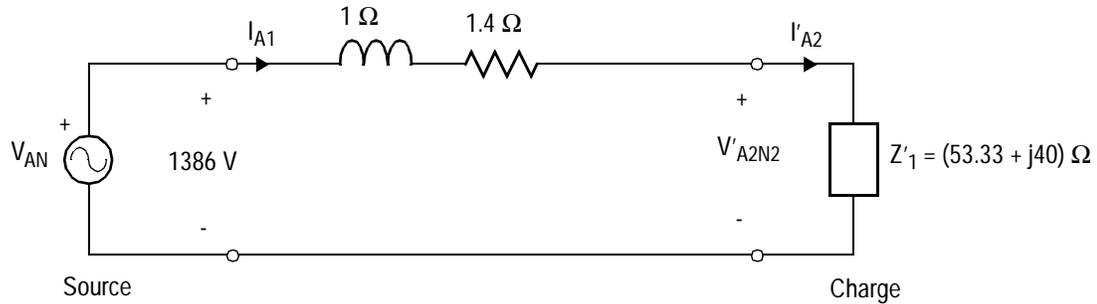
Schéma Y-Y équivalent:



Circuit équivalent monophasé:



Circuit équivalent monophasé ramené au primaire:

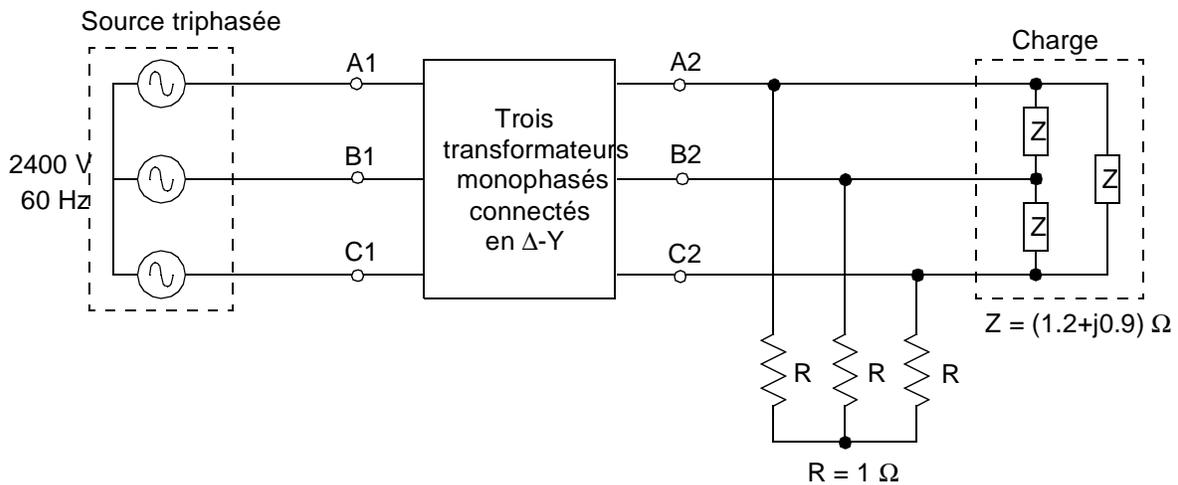


Courant de ligne au primaire: 
$$I_{A1} = \frac{V_{AN}}{(1 + j1.4) + (53.33 + j40)} = 20.286 \angle -37.3^\circ \text{ A}$$

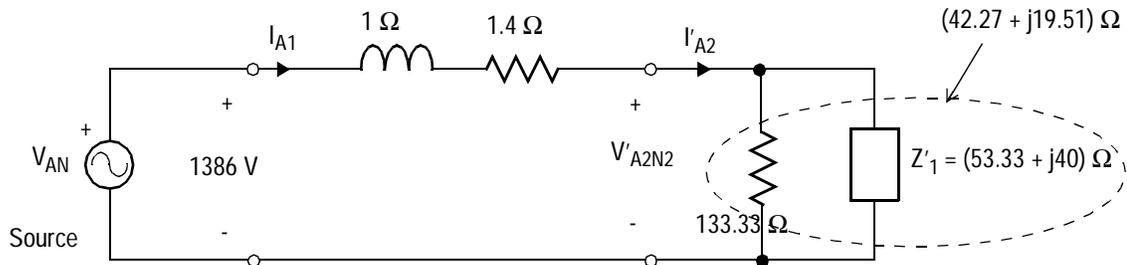
La tension ligne-neutre  $V'_{A2N2}$ : 
$$V'_{A2N2} = \frac{Z'_1}{Z'_1 + (1 + j1.4)} \times V_{AN} = 1352.3 \angle -0.4^\circ \text{ V}$$

La tension ligne-ligne au secondaire: 
$$|V_{A2B2}| = \frac{\sqrt{3} \times 1352.3}{11.55} = 202.8 \text{ V}$$

b) Un banc de résistances est connecté en parallèle avec la charge.



Circuit équivalent monophasé ramené au primaire:



Courant de ligne au primaire: 
$$I_{A1} = \frac{V_{AN}}{(1 + j1.4) + (42.27 + j19.51)} = 28.83 \angle -25.8^\circ \text{ A}$$

Le courant de ligne au secondaire (valeur efficace): 
$$|I_{A2}| = 11.55 \times |I_{A1}| = 333 \text{ A}$$

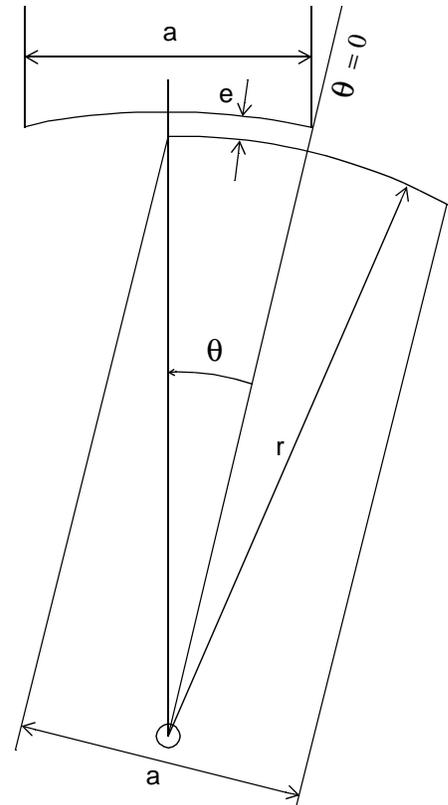
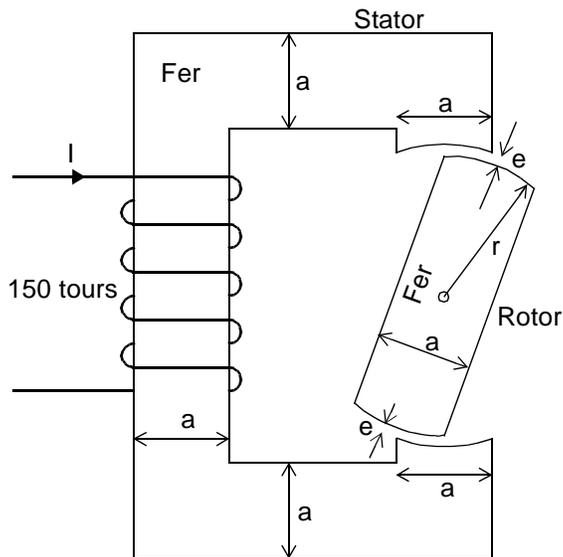
Le courant nominal au secondaire: 
$$I_{A2}(\text{nom}) = \frac{50000}{120} = 416.67 \text{ A}$$

Le transformateur triphasé fonctionne dans ces conditions à  $(333/416.67) = 0.8$  fois la charge nominale.

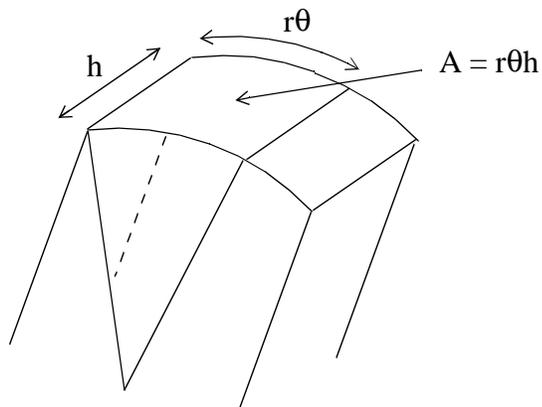
### Problème no. 4 (20 points)

Soit le système électromécanique suivant:

$$\begin{aligned} a &= 3 \text{ cm} \\ r &= 6 \text{ cm} \\ e &= 1 \text{ mm} \end{aligned}$$



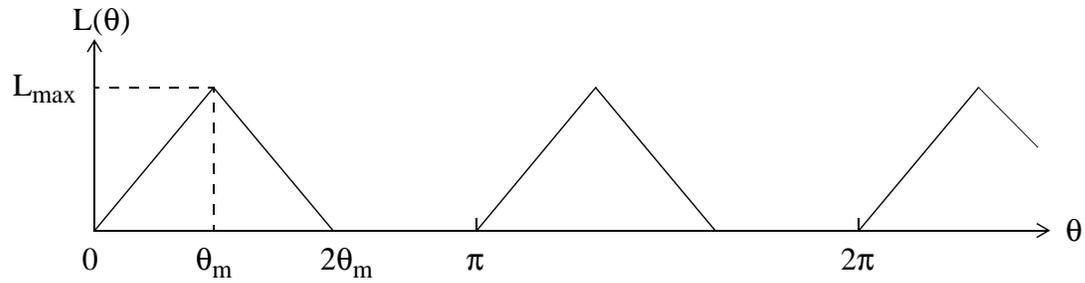
a) On considère que la réluctance de la partie en acier est négligeable. La réluctance totale du circuit magnétique sera donc deux fois la réluctance d'un entrefer



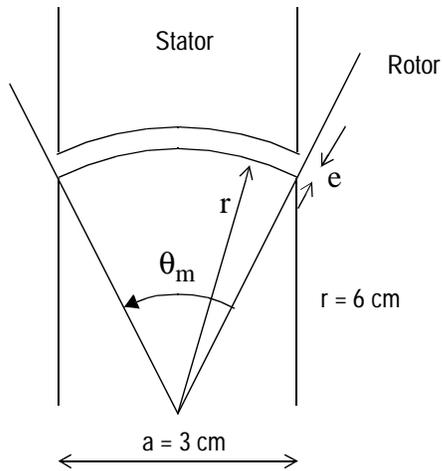
La réluctance du circuit magnétique: 
$$R(\theta) = 2 \times \frac{e}{\mu_0 r \theta h}$$

L'inductance de la bobine est égale à: 
$$L = \frac{N^2}{R} = \frac{N^2 (\mu_0 r h)}{2e} \times \theta$$

On constate que l'inductance de la bobine varie linéairement en fonction de l'angle  $\theta$  lorsque le rotor tourne.



L'inductance est maximale lorsque le rotor et le stator sont alignés.



$$\theta_m = 2 \times \arcsin\left(\frac{a/2}{r}\right) = 2 \times \arcsin\left(\frac{3}{6}\right)$$

$$\theta_m = 1.05 \text{ rad} = 60^\circ$$

La valeur maximale de L est:

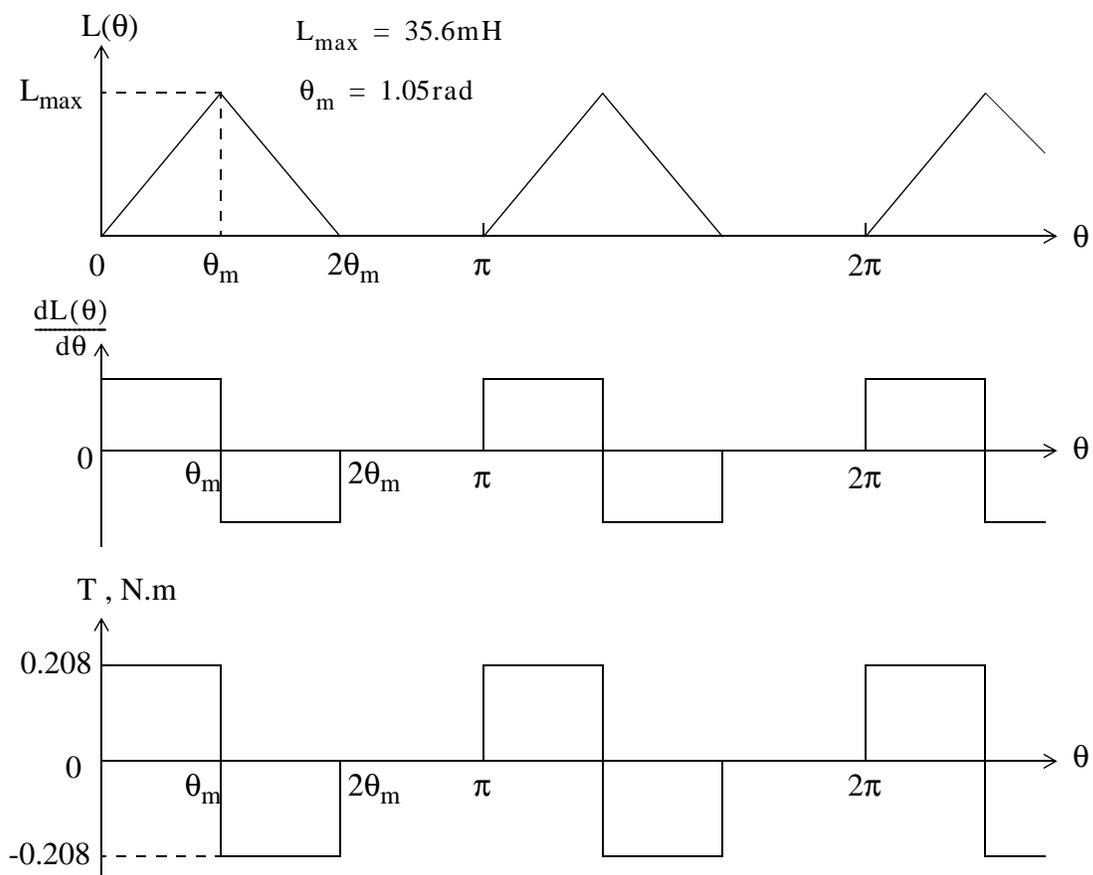
$$L_{\max} = \frac{N^2(\mu_0 r h)}{2e} \times \theta_m = \frac{(150)^2 \times 4\pi \times 10^{-7} \times 0.06 \times 0.04}{2 \times 10^{-3}} \times 1.05 = 0.0356 \text{ H}$$

b) L'énergie magnétique emmagasinée dans la bobine est:

$$W_{\text{mag}} = \frac{1}{2} \times L(\theta) \times I^2 = \frac{I^2}{2} \times \frac{N^2(\mu_0 r h)}{2e} \times \theta$$

Le couple développé sera:

$$T = \frac{d}{d\theta}(W_{\text{mag}}) = \frac{d}{d\theta}\left(\frac{I^2}{2} \times \frac{N^2(\mu_0 r h)}{2e} \times \theta\right) = \frac{I^2}{2} \times \frac{N^2(\mu_0 r h)}{2e} = 0.208 \text{ N.m}$$



On constate que la valeur moyenne du couple développé est nulle lorsque on alimente la bobine avec un *courant continu*  $I$ . Par conséquent, le rotor ne pourra pas tourner dans ce cas.