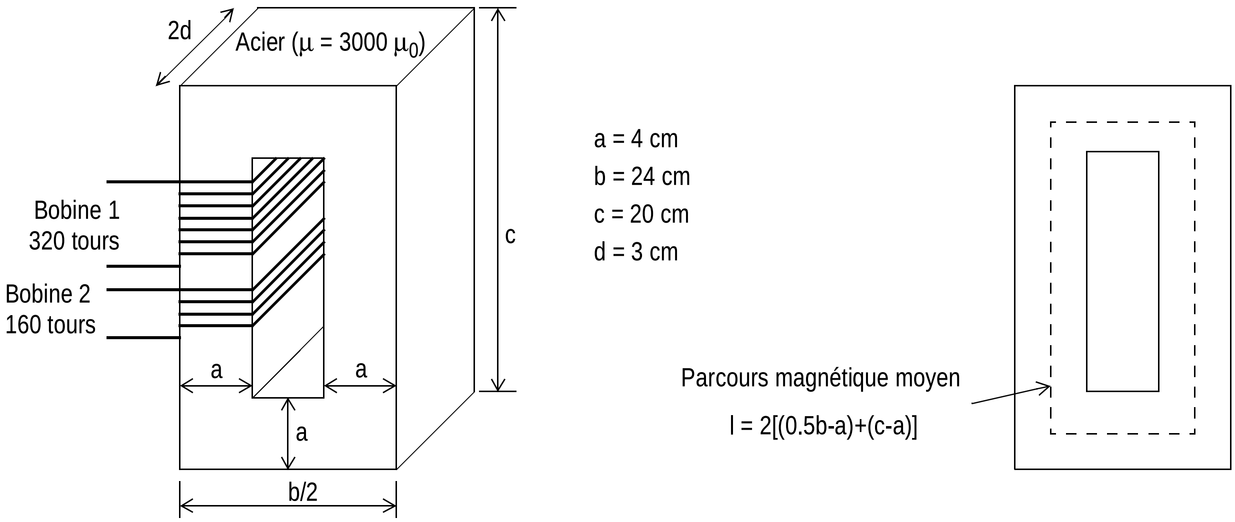
GEL-15216 Électrotechnique

Corrigé de l'examen final Hiver 98

<u>Problème no. 1</u> (20 points)

a) <u>Calcul de L_1, L_2, et M</u>
Le noyau équivalent:



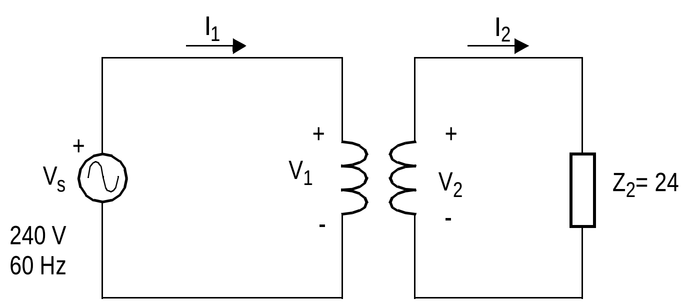
La réluctance du circuit magnétique: $\mathcal{R} = \dfrac{l}{\mu A} = \dfrac{2[(0.5b-a)+(c-a)]}{3000 \times 4\pi\times10^{-7} \times (2ad)} = 5.3052\times10^{4}$ At/Wb

L'inductance propre de la bobine no. 1: $L_1 = \dfrac{N_1^2}{\mathcal{R}} = \dfrac{320^2}{5.3052\times10^4} = 1.93\,\mathrm{H}$

L'inductance propre de la bobine no. 2: $L_2 = \dfrac{N_2^2}{\mathcal{R}} = \dfrac{160^2}{5.3052\times10^4} = 0.4825\,\mathrm{H}$

L'inductance mutuelle: $M = \dfrac{N_1 N_2}{\mathcal{R}} = \dfrac{80 \times 160}{8.4883\times10^5} = 0.965\,\mathrm{H}$

b)

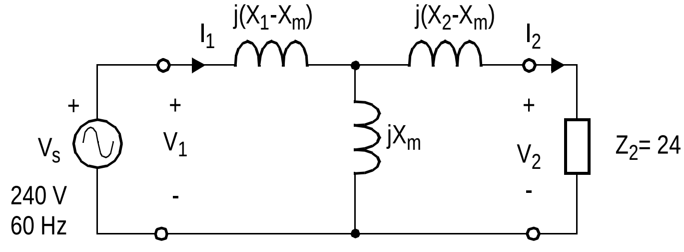


$$X_1 = \omega L_1 = 120\pi \times L_1 = 727.7\Omega$$

$$X_2 = \omega L_2 = 120\pi \times L_2 = 181.9\Omega$$

$$X_m = \omega M = 120\pi \times M = 363.8\Omega$$

Circuit équivalent:



$$X_1 - X_m = 363.8\Omega$$

$$X_2 - X_m = (-181.9)\Omega$$

$$X_m = 363.8\Omega$$

Impédance équivalente vue par la source V_s:

$$Z_1 = j363.8 + \frac{(j363.8)(24 - j181.9)}{j363.8 + 24 - j181.9} = 95.17\angle 7.52°\ \Omega$$

Le courant I_1 est: $$I_1 = \frac{V_s}{Z_1} = \frac{240\angle 0°}{95.17\angle 7.52°} = 2.52\angle -7.52°\ \text{A}$$

Le courant I_2 est calculé par la loi du diviseur de courant: $$I_2 = \frac{j363.8}{j363.8 + 24 - j181.9} \times I_1 = 5\angle 0°\ \text{A}$$

La tension V_2 est: $$V_2 = 24 I_2 = 120\angle 0°\ \text{V}$$

Problème no. 2 (20 points)

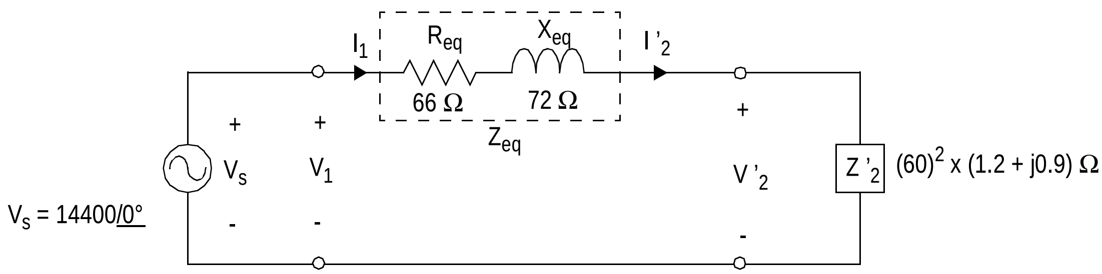
a)

Rapport de transformation: $a = 14400/240 = 60$

Résistance R_{eq}: $$R_{eq} = R_1 + a^2 R_2 = 30 + (60)^2 0.01 = 66\Omega$$

Réactance X_{eq}: $$X_{eq} = X_1 + a^2 X_2 = 36 + (60)^2 0.01 = 72\Omega$$

Circuit équivalent référé au primaire:



La tension V'_2 est donnée par:

$$V'_2 = \frac{Z'_2}{Z'_2 + Z_{eq}} \times V_s = \frac{3600(1.2 + j0.9)}{3600(1.2 + j0.9) + (66 + j72)} \times 14400\angle 0° = 14148\angle -0.19°\ \text{V}$$

La tension au secondaire est:

$$V_2 = \frac{V'_2}{a} = \frac{14148\angle -0.19°}{60} = 235.8\angle -0.19°\ \text{V}$$

Le courant au primaire: $$I_1 = I'_2 = \frac{V_s}{Z'_2 + Z_{eq}} = \frac{14400\angle 0°}{3600(1.2 + j0.9) + (66 + j72)} = 2.62\angle -37°\ \text{A}$$

Le courant nominal au primaire: $$I_1(\text{nom}) = \frac{50000}{14400} = 3.472\ \text{A}$$

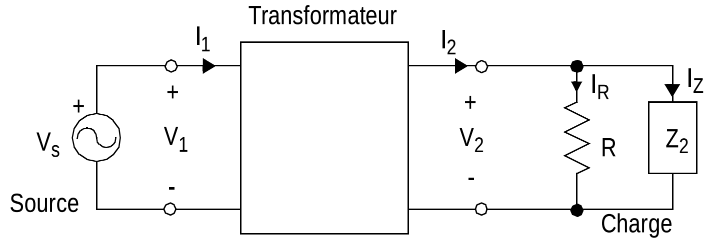
Le transformateur fonctionne à (2.62/3.472) = 0.75 fois la charge nominale.

La puissance active délivrée à la charge est:

$$P_2 = \text{Re}\{V'_2 (I'_2)^*\} = \text{Re}\{14148(\angle -0.19°)(2.62\angle -37°)^*\} = 29656\ \text{W}$$

Le rendement du transformateur: $$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{Fe} + P_{Cu}} = \frac{29656}{29656 + \frac{(14400)^2}{240000} + 30(2.62)^2} = 0.965$$

b) Une résistance R est connectée en parallèle avec Z_2. On suppose que la tension secondaire est inchangée.

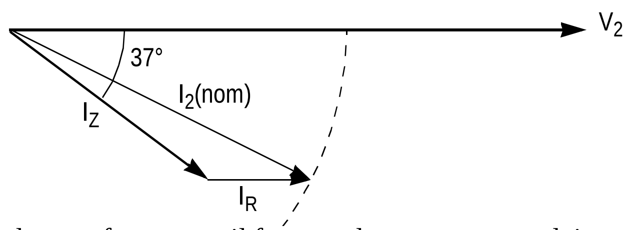


On désire utiliser le transformateur à sa pleine capacité.

Le courant secondaire avec Z_2 seule: $I_Z = 60(2.62\angle{-37°}) = 157.2\angle{-37°}$ A

Le courant nominal au secondaire est : $I_2(nom) = 50000/240 = 208.33$ A

Le diagramme vectoriel du circuit secondaire:



Pour ne pas dépasser la capacité du transformateur, il faut que le courant secondaire soit inférieur à sa valeur nominale, c'est à dire :

$$\mathbf{I}_Z + \mathbf{I}_R < I_2(nom) = 208.33 \text{ A}$$

A l'aide du diagramme vectoriel, on peut écrire la relation suivante:

$$[I_Z\cos(37°) + I_R]^2 + [I_Z\sin(37°)]^2 = (208.33)^2$$

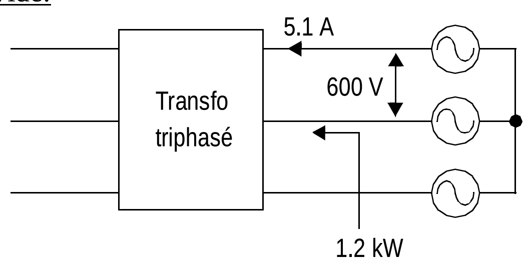
Alors, on déduit: $I_R = 60$ A

La valeur de R est $R = (240)/I_R = 4\ \Omega$

Problème no. 3 (20 points)

Soit un transformateur triphasé 60 Hz, 150 kVA, 2400V/600V.

Essai à vide:



Les paramètres du transformateur sont calculés pour une phase.

Calcul de R'_c: $$R'_c = \frac{(600/\sqrt{3})^2}{(1200/3)} = 300\Omega$$

Puissance réactive: $$Q_{2co} = \sqrt{S_{2co}^2 - P_{2co}^2} = \sqrt{\left(\frac{600}{\sqrt{3}} \times 5.1\right)^2 - \left(\frac{1200}{3}\right)^2} = 1720.8 \text{ VAR}$$

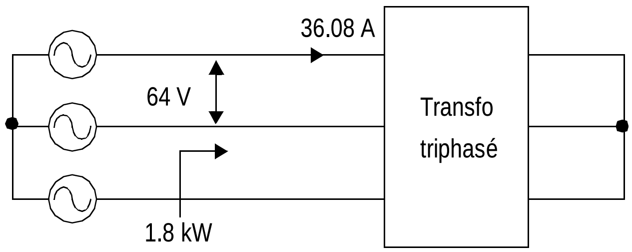
Calcul de X'_m: $$X'_m = \frac{V_{2co}^2}{Q_{2co}} = 69.73\Omega$$

Le rapport de transformation: $a = \dfrac{2400}{600} = 4$

La résistance R_c (au primaire): $R_c = a^2 R'_c = 4^2 \times 300\Omega = 4800\Omega$

La réactance X_m (au primaire): $X_m = a^2 X'_m = 4^2 \times 69.73\Omega = 1116\Omega$

<u>Essai en court-circuit:</u>

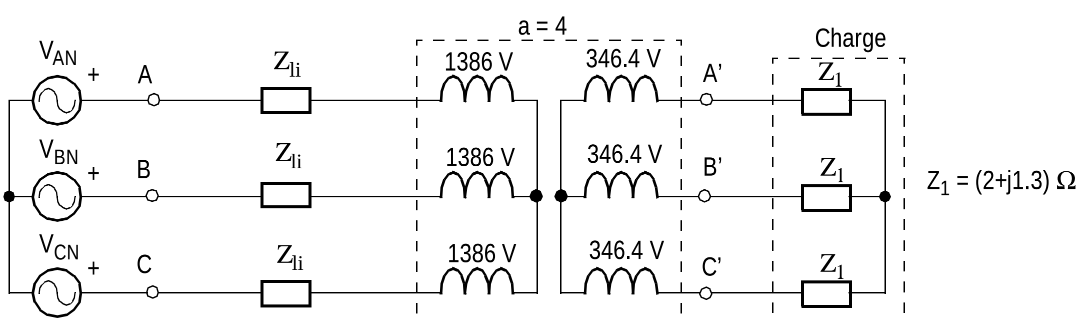


Calcul de R_{eq}: $R_{eq} = \dfrac{(1800/3)}{36.08^2} = 0.46\Omega$

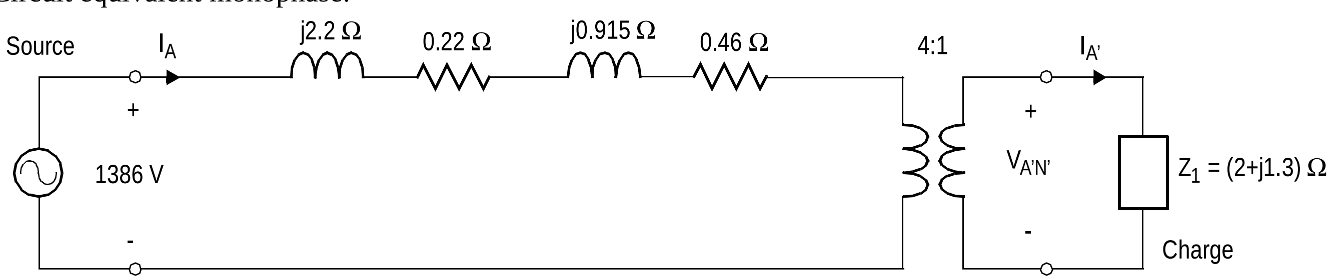
Calcul de X_{eq}: $X_{eq} = \dfrac{\sqrt{\left(\dfrac{64}{\sqrt{3}}\right)^2 - (0.46 \times 36.08)^2}}{36.08} = 0.915\Omega$

On peut répartir R_{eq} et X_{eq} en deux: $R_1 = R'_2 = 0.23\Omega$ et $X_1 = X'_2 = 0.46\Omega$

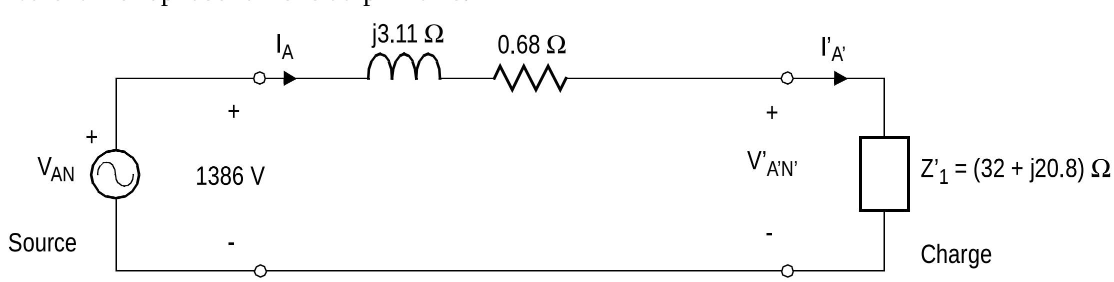
b) Schéma Y-Y équivalent:



Circuit équivalent monophasé:



Circuit équivalent monophasé ramené au primaire:



Courant de ligne au primaire: $$I_A = \frac{1386\angle 0°}{(0.68 + j3.11) + (32 + j20.8)} = 34.23\angle -36.2°\ A$$

La tension ligne-neutre V'$_{A'N'}$ $$V'_{A'N'} = Z'_1 \times I_A = 1306.4\angle -3.2°\ V$$

La tension ligne-ligne au secondaire: $$|V_{A'B'}| = \frac{\sqrt{3} \times 1306.4}{4} = 565.7\ V$$

Problème no. 4 (20 points)

L'inductance propre de la bobine no. 1 est: $L_1 = 0.15 + 0.1\cos(2\theta)$

L'inductance propre de la bobine no. 2 est: $L_2 = 1$

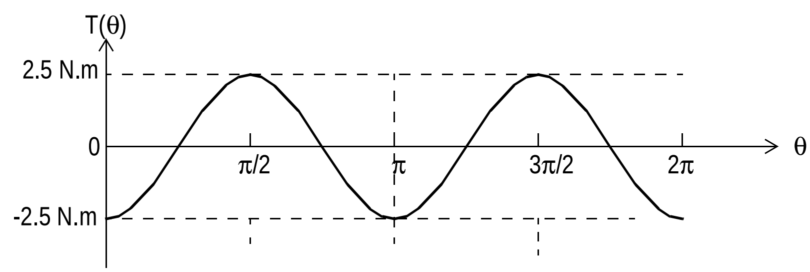
L'inductance mutuelle est: $M = 0.5\cos(\theta)$

a) Un courant continu de 5 A circule dans la bobine no. 1. La bobine 2 est en circuit ouvert.
L'énergie magnétique emmagasinée dans le système est:

$$W_{mag} = \frac{1}{2}L_1 I_1^2 = \frac{1}{2}[0.15 + 0.1\cos(2\theta)]5^2 = 1.875 + 1.25\cos(2\theta)$$

Le couple développé est donné par:

$$T = \frac{dW_{mag}}{d\theta} = \frac{d}{d\theta}[1.875 + 1.25\cos(2\theta)] = -2.5\sin(2\theta)\ \text{N.m}$$



b) On fait circuler dans la bobine 1 un courant continu de 5 A et dans la bobine 2 un courant continu de 1.5 A.

$$W_{mag} = \frac{1}{2}L_1 I_1^2 + MI_1 I_2 = \frac{1}{2}[0.15 + 0.1\cos(2\theta)]5^2 + [0.5\cos(\theta)](5 \times 1.5)$$

$$W_{mag} = [1.875 + 1.25\cos(2\theta)] + 3.75\cos(\theta)$$

Le couple développé est donné par:

$$T = \frac{dW_{mag}}{d\theta} = \frac{d}{d\theta}\{[1.875 + 1.25\cos(2\theta)] + 3.75\cos(\theta)\} = -2.5\sin(2\theta) - 3.75\sin\theta$$