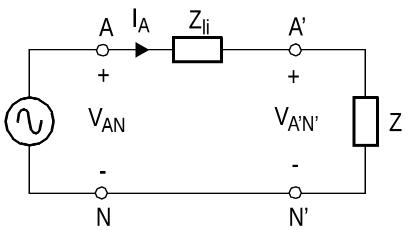
CORRIGÉ DES EXERCICES DU CHAPITRE 2

2.1 Circuit monophasé équivalent:



Le courant de ligne A est: $I_A = \dfrac{V_{AN}}{Z_{li}+Z} = \dfrac{120\angle 0°}{(0.2+j0.8)+(15.8+j11.2)} = 6\angle{-36.9°}\ \text{A}$

Le courant de ligne B est: $I_B = 6\angle{-156.9°}\ \text{A}$

Le courant de ligne C est: $I_C = 6\angle 83.1°\ \text{A}$

La tension ligne-neutre $V_{A'N'}$ à la charge: $V_{A'N'} = ZI_A = (15.8+j11.2)(6\angle{-36.9°}) = 116.20\angle{-1.5°}\ \text{V}$

La tension ligne-neutre $V_{B'N'}$ à la charge: $V_{B'N'} = 116.20\angle{-121.5°}\ \text{V}$

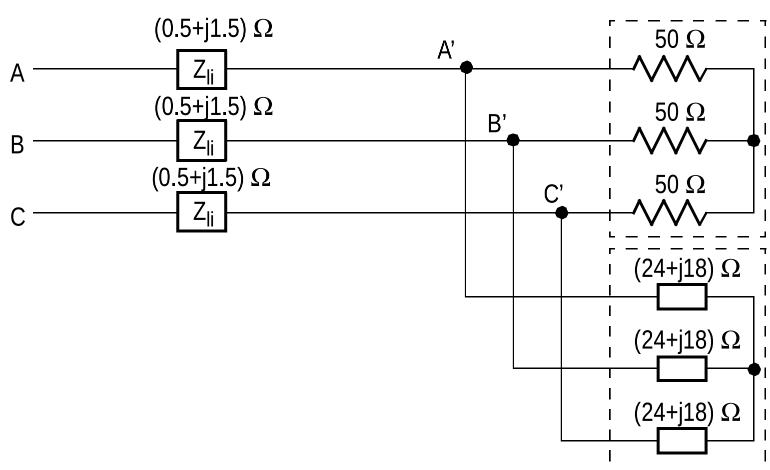
La tension ligne-neutre $V_{C'N'}$ à la charge: $V_{C'N'} = 116.20\angle 118.5°\ \text{V}$

La tension ligne-ligne $V_{A'B'}$ à la charge: $V_{A'B'} = V_{A'N'}\left(\sqrt{3}e^{-j\frac{\pi}{6}}\right) = 201.27\angle 28.5°\ \text{V}$

La tension ligne-ligne $V_{B'C'}$ à la charge: $V_{B'C'} = 201.27\angle{-91.5°}\ \text{V}$

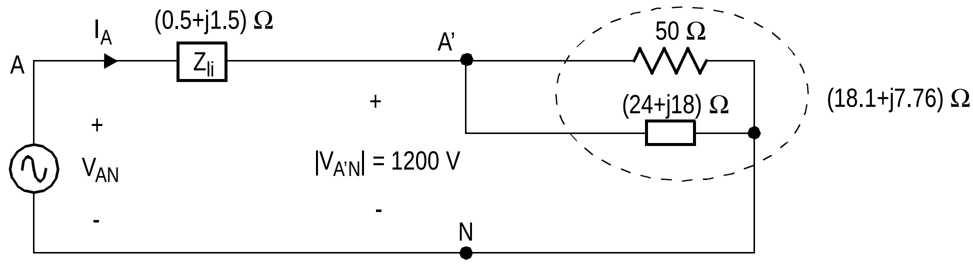
La tension ligne-ligne $V_{C'A'}$ à la charge: $V_{C'A'} = 201.27\angle 148.5°\ \text{V}$

2.2 On convertit la charge Δ en une charge Y:



Car les deux charges Y sont équilibrées, les deux points neutre sont au même potentiel et on peut considérer que les impédances dans chaque phase sont en parallèle.

Le circuit monophasé équivalent:



La tension ligne-neutre est prise comme référence de phase: $V_{A'N} = 1200\angle 0°$

Le courant de ligne I_A est: $I_A = \dfrac{V_{A'N}}{(50)\,\|\,(24+j18)} = \dfrac{1200\angle 0°}{\dfrac{50(24+j18)}{50+24+j18}} = 60.93\angle -23.2°\ \text{A}$

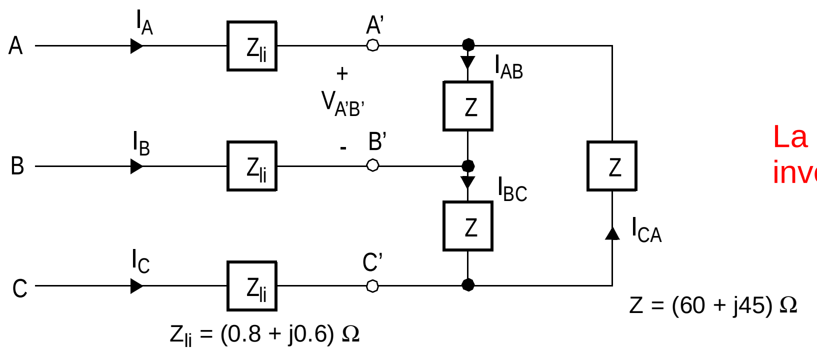
La tension ligne-neutre à la source est:

$$V_{AN} = V_{A'N} + Z_{li}I_A = 1200\angle 0° + (0.5+j1.5)(60.93\angle -23.2°) = 1266\angle 3.3°\ \text{V}$$

La valeur efficace du courant de phase dans la charge Y est: $|I_Y| = \dfrac{|V_{A'N}|}{50} = \dfrac{1200}{50} = 24\ \text{A}$

La valeur efficace du courant de triangle dans la charge Δ est: $|I_\Delta| = \dfrac{|V_{A'B'}|}{|72+j54|} = \dfrac{1200\times\sqrt{3}}{\sqrt{72^2+54^2}} = 23.1\ \text{A}$

2.3



La séquence de phase est inverse (ACB)

La tension ligne-ligne à la charge est prise comme référence de phase: $V_{A'B'} = 831.4\,\underline{/0°}$ V

Le courant de triangle I_{AB} est: $I_{AB} = \dfrac{V_{A'B'}}{Z} = \dfrac{831.4\angle 0°}{60+j45} = 11.08\angle -36.9°\ \text{A}$

Le courant de triangle I_{BC} est: $I_{BC} = I_{AB}e^{j2\pi/3} = 11.08\angle 83.1°\ \text{A}$

Le courant de triangle I_{CA} est: $I_{CA} = I_{AB}e^{-j2\pi/3} = 11.08\angle -156.9°\ \text{A}$

Le courant de ligne I_A est: $I_A = I_{AB} - I_{CA} = 11.08\angle -36.9° - 11.08\angle -156.9° = 19.2\angle -6.9°\ \text{A}$

Le courant de ligne I_B est: $I_B = I_Ae^{j2\pi/3} = 19.2\angle 113.1°\ \text{A}$

Le courant de ligne I_C est: $I_C = I_Ae^{-j2\pi/3} = 19.2\angle -126.9°\ \text{A}$

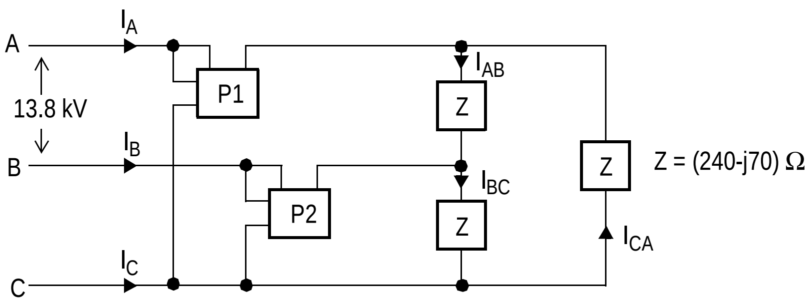
La tension ligne-ligne V_{AB} à la source: $V_{AB} = V_{A'B'} + Z_{li}I_A - Z_{li}I_B = 864.7\angle 0°\ \text{V}$

La tension ligne-ligne V_{BC} à la source: $V_{BC} = V_{AB}e^{j2\pi/3} = 864.7\angle 120°\ \text{V}$

La tension ligne-ligne V_{CA} à la source: $V_{CA} = V_{AB}e^{-j2\pi/3} = 864.7\angle -120°\ \text{V}$

2.6

a)



La puissance complexe dans l'impédance Z_{AB}: $S_{AB} = \frac{|V_{AB}|^2}{Z^*} = \frac{(13800)^2}{240 + j70} = 731290 - j213290$

La puissance complexe totale fournie par la source est: $S_T = 3 \times S_{AB} = 2.1939 \times 10^6 - j6.3988 \times 10^5$

La puissance active totale: $P_T = 2.1939$ MW

La puissance réactive totale: $Q_T = 0.63988$ MVAR

b) La tension V_{AB} est: $V_{AB} = 13800\underline{/0°}$ V

La tension V_{BC} est: $V_{BC} = 13800\underline{/-120°}$ V

La tension V_{CA} est: $V_{CA} = 13800\underline{/120°}$ V

Le courant I_{AB} est: $I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z} = \frac{13800\angle 0°}{240 - j70} = 55.2\angle 16.3°$ A

Le courant de ligne I_A est: $I_A = I_{AB} \times \sqrt{3}e^{-j\pi/6} = 95.61\angle -13.7°$ A

Le courant de ligne I_B est: $I_B = I_A e^{-j2\pi/3} = 95.61\angle -133.7°$ A

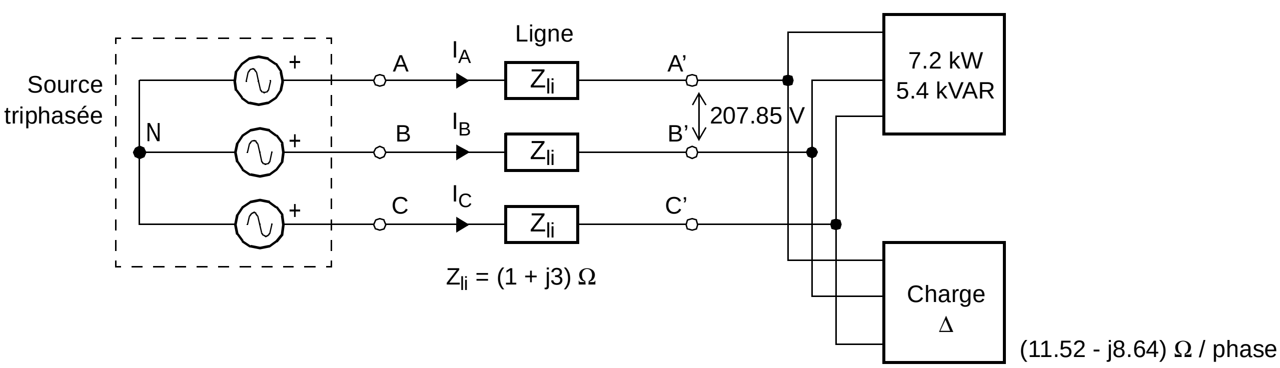
Le premier wattmètre indique:

$$P_1 = \mathrm{Re}\{V_{AC}I_A^*\} = \mathrm{Re}\{13800\angle -60° \times 95.61\angle 13.7°\} = 9.1222 \times 10^5 \text{ W}$$

Le deuxième wattmètre indique:

$$P_2 = \mathrm{Re}\{V_{BC}I_B^*\} = \mathrm{Re}\{13800\angle -120° \times 95.61\angle 113.7°\} = 1.2817 \times 10^6 \text{ W}$$

2.4



La tension ligne-ligne à la charge: $|V_{A'B'}| = 120 \times \sqrt{3} = 207.85$ V

La puissance complexe totale dans la charge Δ:

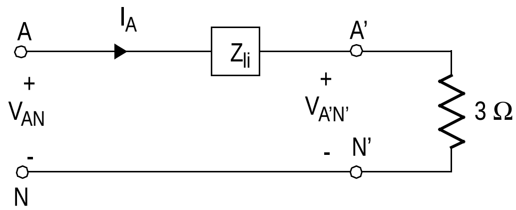
$$S_\Delta = 3 \times \frac{|V_{A'B'}|^2}{(11.52 - j8.64)^*} = 3 \times \frac{(207.8)^2}{11.52 + j8.64} = 7200 - j5400$$

Les deux charges sont connectées en parallèle. La puissance complexe totale est égale à la somme des puissances complexes des deux charges:

$S_T = 14400$

La charge globale est dans ce cas **purement résistive**. Elle peut être représentée par 3 résistances connectées en Y. La valeur de chaque résistance est: $R = \dfrac{(120)^2}{\left(\dfrac{14400}{3}\right)} = 3\ \Omega$.

Le circuit monophasé équivalent:



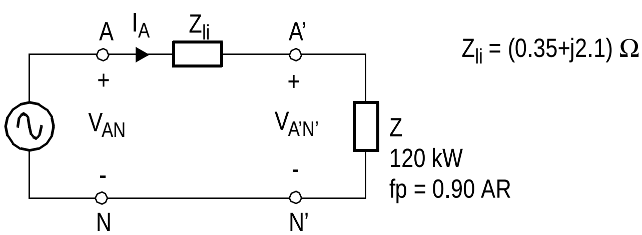
La tension ligne-neutre à la charge est égale à 120 V:$V_{A'N'} = 120\angle 0°$ V

Le courant de ligne: $I_A = \dfrac{V_{A'N'}}{3} = 40\angle 0°\ \text{A}$

La tension ligne-neutre à la source: $V_{AN} = V_{A'N'} + Z_{li}I_A = (120\angle 0°) + (1 + j3)40\angle 0° = 200\angle 36.9°\ \text{V}$

La tension ligne-ligne à la source est égale à:$|V_{AB}| = \sqrt{3} \times 200 = 346.4\ \text{V}$

2.5 a) Le circuit monophasé équivalent:



La tension ligne-neutre à la charge est: $|V_{A'N'}| = \dfrac{2400}{\sqrt{3}} = 1385.6\ \text{V}$

Le courant de ligne est égal à: $|I_A| = \dfrac{P_A}{|V_{A'N'}| \times \cos\phi} = \dfrac{120000}{1385.6 \times 0.9} = 96.225\ \text{A}$

Le déphasage entre I_A et $V_{A'N'}$ est: $\phi = \arccos(0.9) = 25.8°$

La tension ligne-neutre à la source: $V_{AN} = V_{A'N'} + Z_{li}I_A = 1385.6\angle 0° + (0.35 + j2.1)(96.225\angle -25.8°)$

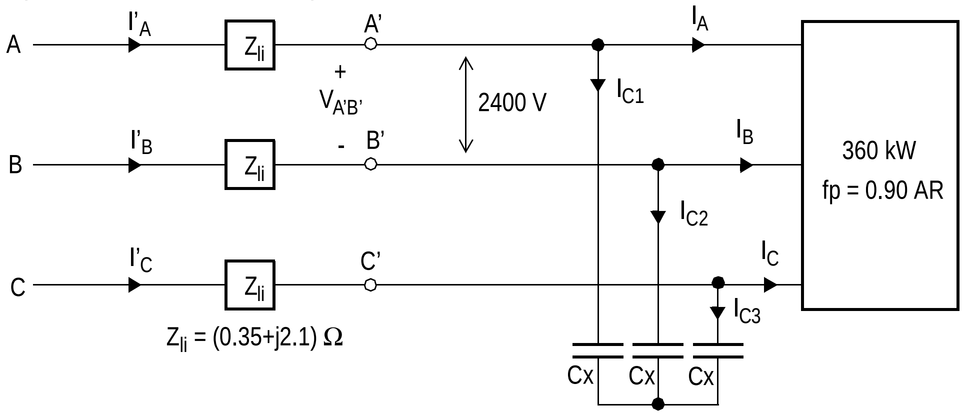
$V_{AN} = 1513.3\angle 6.3°\ \text{V}$

La tension ligne-ligne à la source: $|V_{AB}| = |V_{AN}| \times \sqrt{3} = 1513.3 \times \sqrt{3} = 2621.1\ \text{V}$

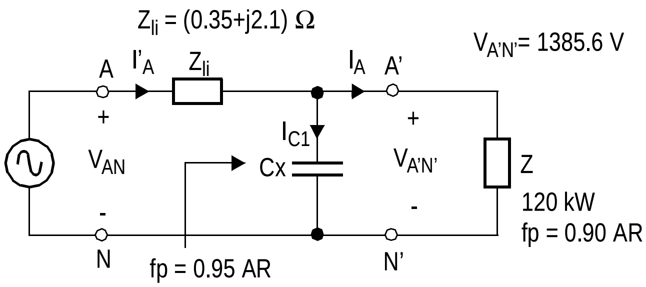
b) Les pertes sur la ligne de transport correspondent à la puissance active dissipée sur les 3 lignes A,B,C:

$$\text{Pertes} = 3 \times 0.35 \times |I_A|^2 = 9722\ \text{W}$$

c) Compensation du facteur de puissance:

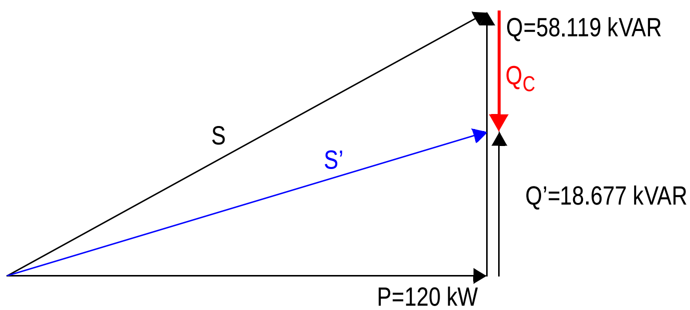


On suppose que la tension ligne-ligne à la charge demeure inchangée (2400 V).
Le circuit monophasé équivalent:



Puissance réactive de la charge: $Q = \sqrt{S^2 - P^2} = \sqrt{\left(\frac{120000}{0.9}\right)^2 - (120000)^2} = 58119\ \text{VAR}$

Le diagramme des puissances:



Puissance réactive après compensation: $Q' = \sqrt{S'^2 - P^2} = \sqrt{\left(\frac{120000}{0.95}\right)^2 - (120000)^2} = 39442\ \text{VAR}$

Puisance réactive d'un condensateur: $Q_C = Q - Q' = 58119 - 39442 = 18677\ \text{VAR}$

Réactance d'un condensateur: $X_{Cx} = \frac{|V_{A'N'}|^2}{Q_C} = \frac{(1385.6)^2}{18677} = 102.8\ \Omega$

La valeur d'un condensateur: $Cx = \frac{1}{2\pi f X_{Cx}} = \frac{1}{120\pi \times 102.8} = 25.8\mu F$

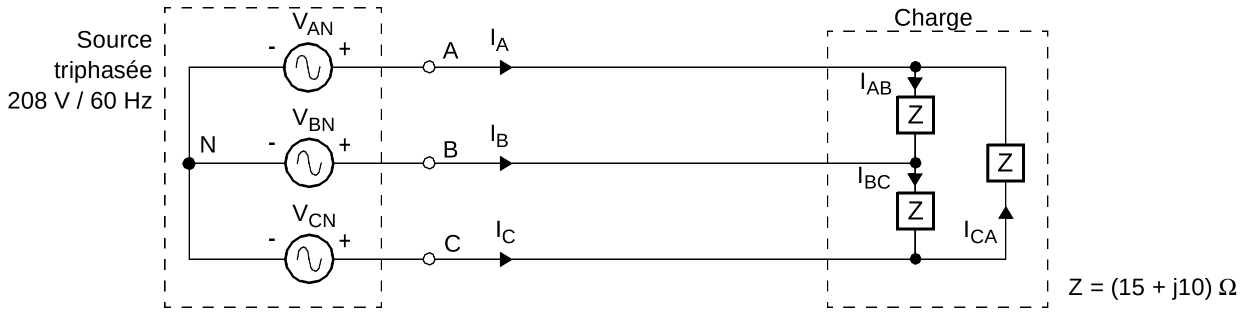
Le courant efficace dans chaque condensateur: $I_{C1} = \frac{|V_{A'N'}|}{X_{Cx}} = \frac{1385.6}{102.8} = 13.48\ \text{A}$

La nouvelle valeur du courant de ligne: $|I_A'| = \frac{P_A}{|V_{A'N'}| \times \cos\phi'} = \frac{120000}{1385.6 \times 0.95} = 91.16\ \text{A}$

Les pertes sur la ligne de transport correspondent à la puissance active dissipée sur les 3 lignes A,B,C:

$$\text{Pertes} = 3 \times 0.35 \times |I_A'|^2 = 8726\ \text{W}$$

2.11



a) La puissance complexe totale: $S = 3 \times \frac{|V_{AB}|^2}{Z^*} = 3 \times \frac{208^2}{15 - j10} = 5990 + j3994$

Puissance active totale dans la charge: P = 5990 W

Puissance réactive totale dans la charge:Q = 3994 VAR

L'angle ϕ de la charge: $\phi = \mathrm{arctg}\left(\frac{10}{15}\right) = 33.7°$

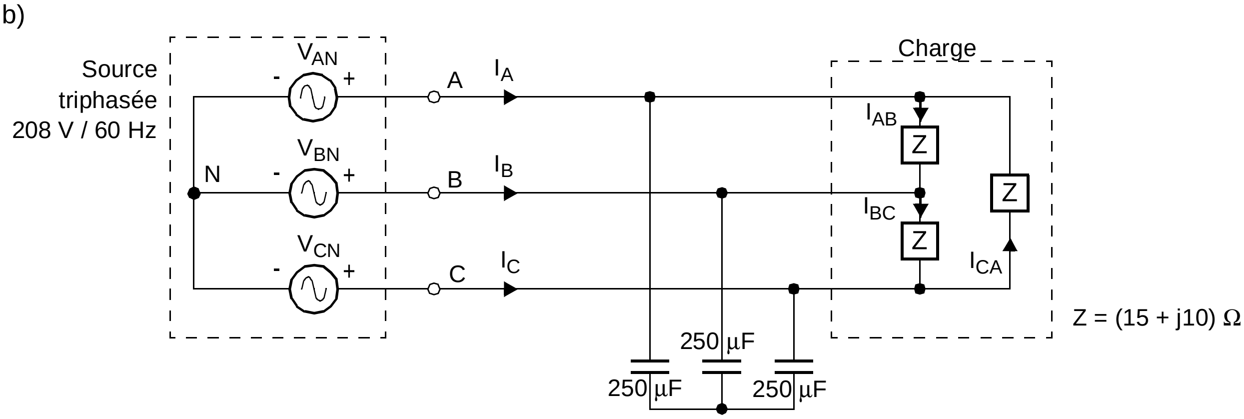
Facteur de puissance de la charge: fp = cosϕ = cos(33.7°) = 0.832

Courant de triangle $I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z} = \frac{208\angle 30°}{15 + j10} = 11.54\angle -3.7°\ \mathrm{A}$

Note: La tension V_{AN} est prise comme référence de phase.

Courant de ligne: $I_A = I_{AB} \times \sqrt{3}e^{-j(\pi/6)} = 19.98\angle -33.7°\ \mathrm{A}$

b)



Réactance d'un condensateur: $X_C = \frac{1}{2\pi f C} = \frac{1}{120\pi \times 250 \times 10^{-6}} = 10.61\Omega$

Puissance réactive totale des trois condensateurs: $Q_{CT} = 3 \times \frac{|V_{AN}|^2}{X_C} = 3 \times \frac{(208/\sqrt{3})^2}{10.61} = 4072\ \mathrm{VAR}$

La puissance complexe de la charge devient:

$$S' = S - jQ_C = 5990 + j3994 - j4072 = 5990 - j78$$

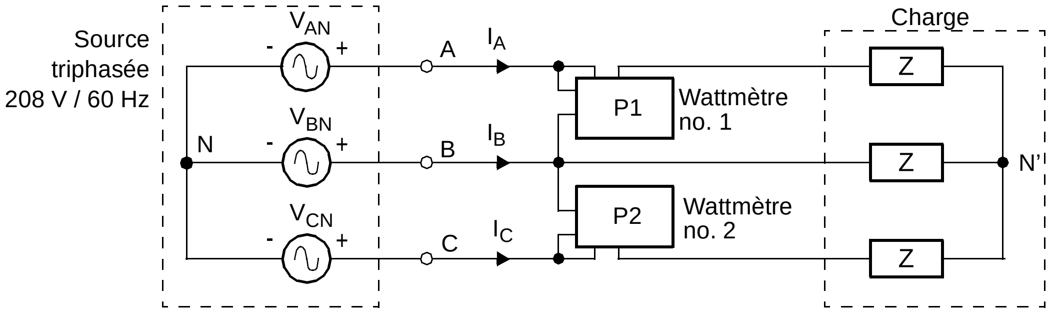
Nouvelle valeur du facteur de puissance: $fp' = \frac{P}{|S'|} = \frac{5990}{\sqrt{5990^2 + 78^2}} = 0.9999$ (Avant)

Nouvelle valeur de l'angle ϕ de la charge: $\phi' = \arccos(0.9999) = 0.8°$

Nouvelle valeur du courant de ligne I_A: $|I_A| = \frac{P}{\sqrt{3} \times |V_{AB}| \times fp'} = \frac{5990}{\sqrt{3} \times 208 \times 0.9999} = 16.63\ \mathrm{A}$

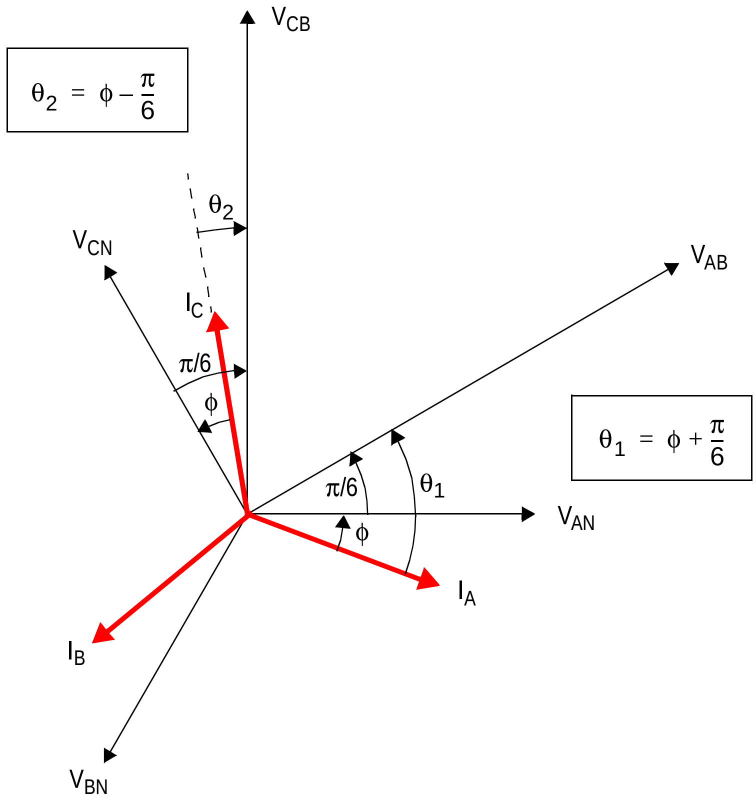
Nouvelle valeur de la phase de I_A: $\angle I_A = 0.8°$

2.7 a)



Le wattmètre no. 1 indique: $P_1 = |V_{AB}||I_A|\cos\theta_1$ avec θ_1 = déphasage entre V_{AB} et I_A

Le wattmètre no. 2 indique: $P_2 = |V_{CB}||I_C|\cos\theta_2$ avec θ_2 = déphasage entre V_{CB} et I_C



D'après le diagramme vectoriel, on a: $\theta_1 = \phi + \frac{\pi}{6}$ et $\theta_2 = \phi - \frac{\pi}{6}$

On a:
$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{V_L I_L \cos\left(\phi + \frac{\pi}{6}\right)}{V_L I_L \cos\left(\phi - \frac{\pi}{6}\right)} = \frac{\sqrt{3} - \mathrm{tg}\phi}{\sqrt{3} + \mathrm{tg}\phi}$$

On déduit:
$$\mathrm{tg}\phi = \sqrt{3} \times \frac{P_2 - P_1}{P_2 + P_1} = \sqrt{3} \times \frac{4.8 - 2.0}{4.8 + 2.0} = 0.7132$$

L'angle ϕ de la charge est: $\phi = \mathrm{arctg}(0.7132) = 35.5°$

Le facteur de puissance de la charge est: $fp = \cos\phi = \cos(35.5°) = 0.814$

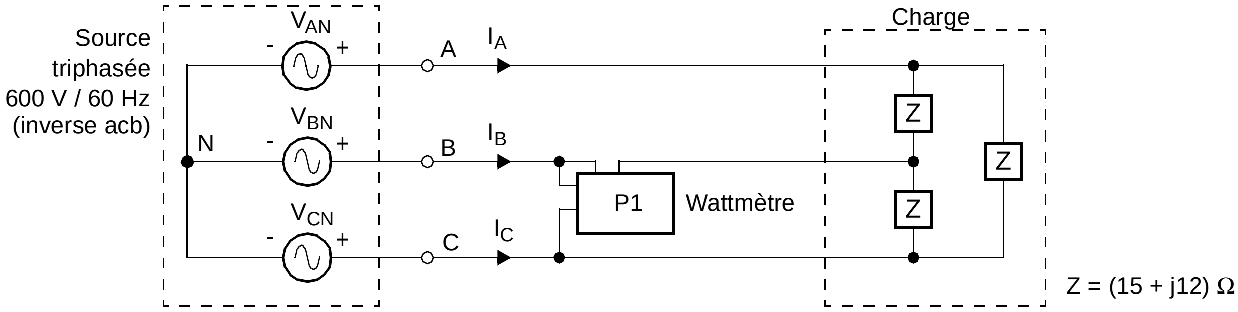
b) La puissance active totale est: $P = P_1 + P_2 = 6.8 \text{ kW}$

Le courant de ligne est:
$$I_L = \frac{P}{\sqrt{3} \times V_L \times \cos\phi} = \frac{6800}{\sqrt{3} \times 208 \times 0.814} = 23.18 \text{ A}$$

c) Le module de Z est: $|Z| = \dfrac{V_L/\sqrt{3}}{I_L} = \dfrac{120.09}{23.18} = 5.18\ \Omega$

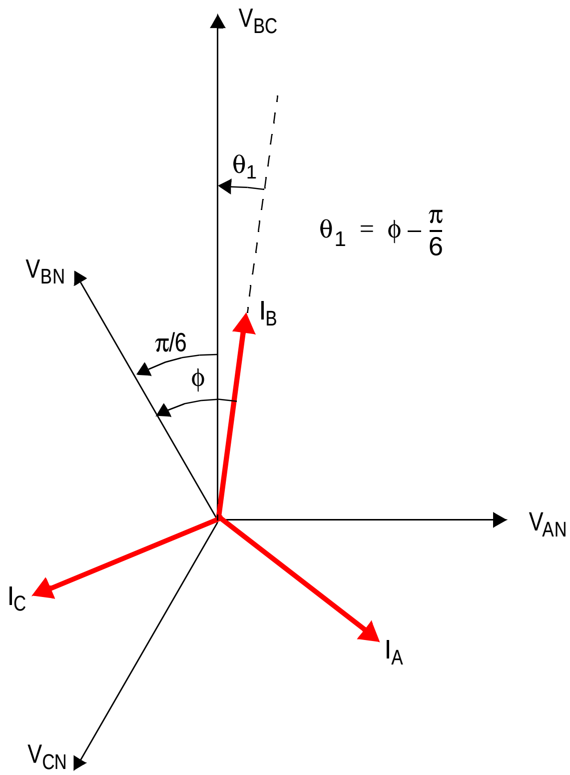
L'impédance Z est donc: $Z = 5.18\angle 35.5°\ \Omega$

2.8



Le wattmètre indique: $P_1 = |V_{BC}||I_B|\cos\theta_1$ avec θ_1 = déphasage entre V_{BC} et I_B

L'angle de la charge est: $\phi = \mathrm{arctg}\left(\dfrac{12}{15}\right) = 38.7°$

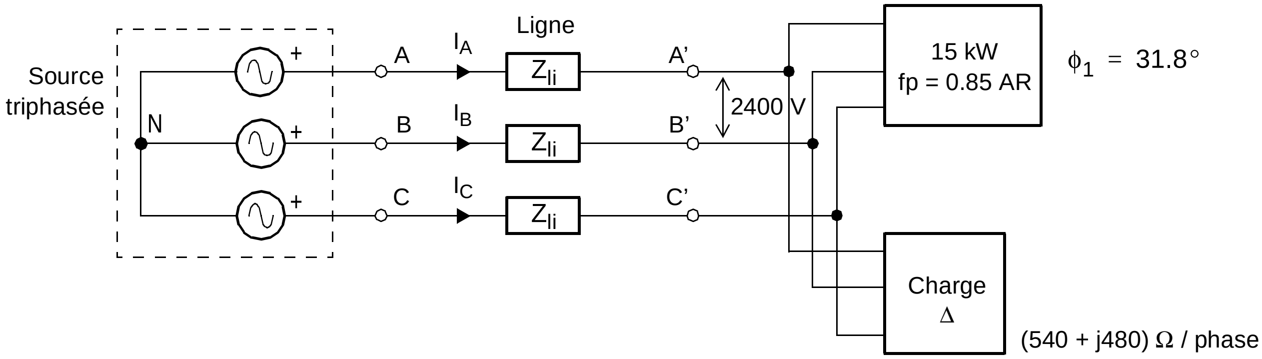


D'après le diagramme vectoriel, on a: $\theta_1 = \phi - \dfrac{\pi}{6}$

Le courant de ligne est: $|I_A| = \sqrt{3} \times \dfrac{|V_{AB}|}{|Z|} = \sqrt{3} \times \dfrac{600}{19.21} = 54.1\ \text{A}$

Le wattmètre indiquera: $P_1 = (600)(54.1)\cos(38.7° - 30°) = 32087\ \text{W}$

2.10



La puissance réactive dans la première charge: $Q_1 = P_1 tg\phi_1 = 15000 \times tg(31.8°) = 9300.4\ \text{VAR}$

La puissance complexe dans la charge Δ: $S_2 = 3 \times \frac{|V_{A'B'}|^2}{Z^*} = 3 \times \frac{2400^2}{540 - j480} = 17876 + j15890$

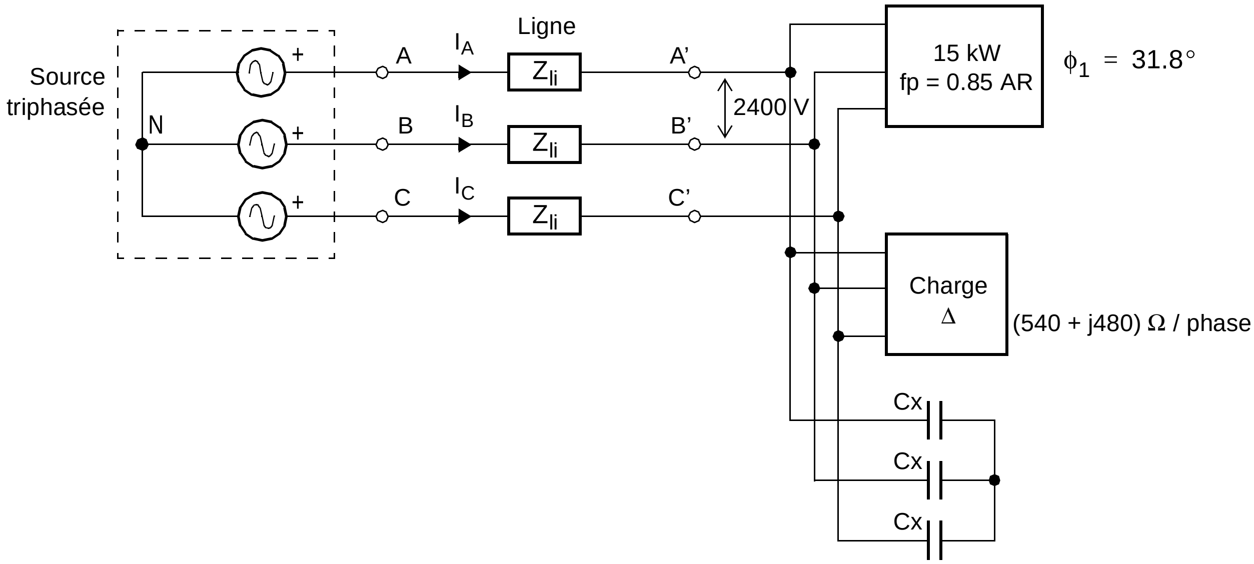
La puissance active totale des deux charges est: $P_T = P_1 + P_2 = 17876 + 15000 = 32876\ \text{W}$

La puissance réactive totale des deux charges est: $Q_T = Q_1 + Q_2 = 15890 + 9300.4 = 25190\ \text{VAR}$

Le facteur de puissance global des deux charges: $fp = \cos\phi = \frac{P_T}{S_T} = \frac{P_T}{\sqrt{P_T^2 + Q_T^2}} = 0.794$

Le courant de ligne I_A est: $I_A = \frac{P_T}{\sqrt{3} V_{A'B'} \cos\phi} = \frac{32876}{\sqrt{3} \times 2400 \times 0.794} = 9.96\ \text{A}$

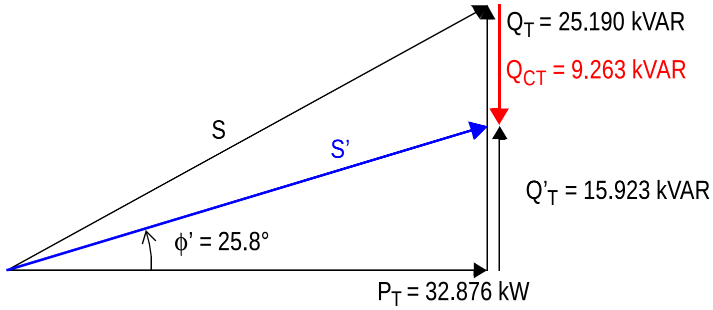
c) Compensation du facteur de puissance:



Nouvelle valeur de la puissance apparente: $|S'| = \frac{P_T}{fp'} = \frac{32876}{0.9} = 36529\ \text{VA}$

Nouvelle valeur de la puissance réactive: $Q_T' = \sqrt{|S'|^2 - P_T^2} = 15923\ \text{VAR}$

Diagramme des puissances:



Puissance réactive totale des condensateurs: $Q_{CT} = Q_T - Q_T' = 25190 - 15923 = 9263 \text{ VAR}$

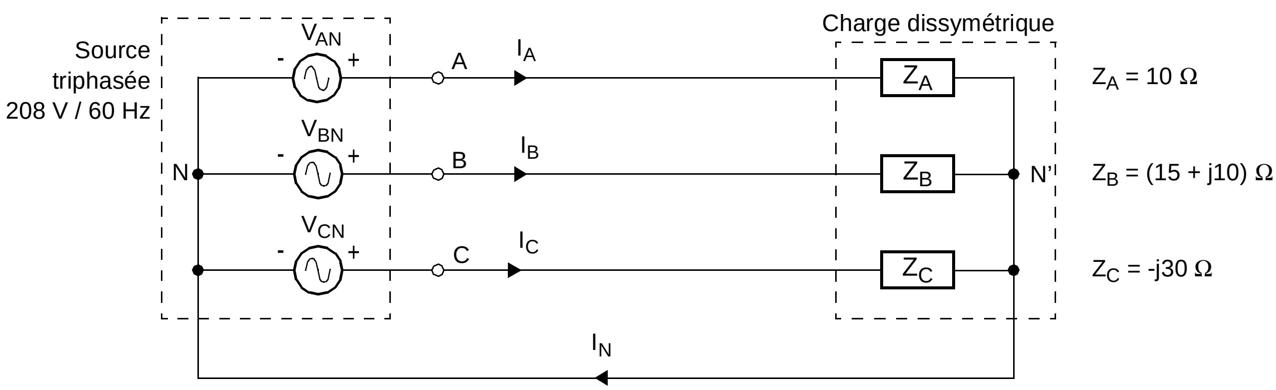
La puissance réactive de chaque condensateur: $Q_C = \frac{Q_{CT}}{3} = \frac{9263}{3} = 3088 \text{ VAR}$

La réactance d'un condensateur: $X_C = \frac{|V_{A'N}|^2}{Q_C} = \frac{(2400/\sqrt{3})^2}{3088} = 621.8\ \Omega$

La valeur d'un condensateur: $C = \frac{1}{2\pi f X_C} = \frac{1}{120\pi \times 621.8} = 4.27\mu\text{F}$

La nouvelle valeur du courant de ligne I_A est: $I_A' = \frac{P_T}{\sqrt{3}V_{A'B'}\cos\phi'} = \frac{32876}{\sqrt{3} \times 2400 \times 0.9} = 8.79 \text{ A}$

2.13 a) La ligne neutre est connectée



Dans ce cas, on a *trois circuits monophasés indépendants*. Les courants de ligne sont calculés séparément.

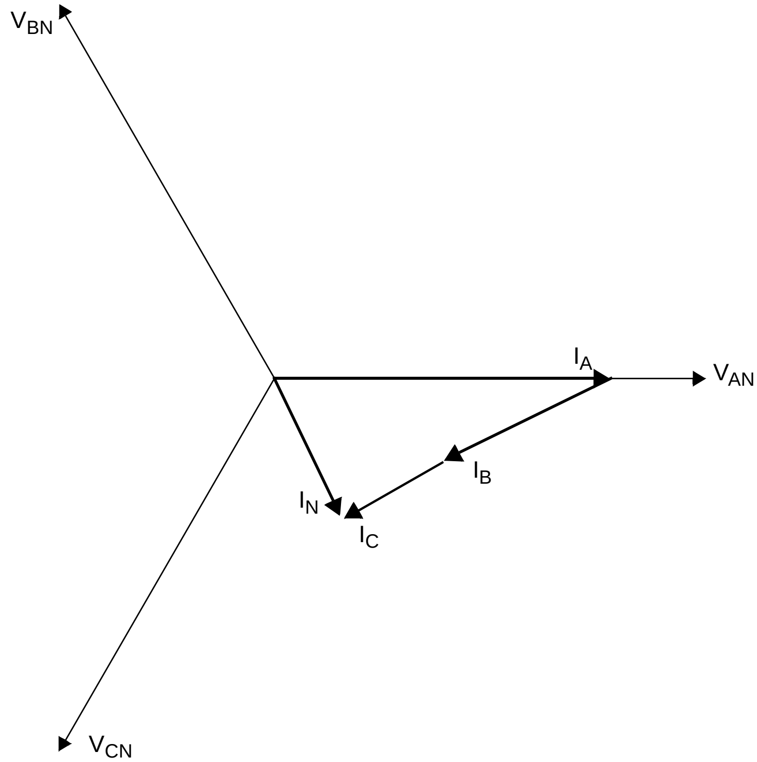
Courant de ligne A: $I_A = \frac{V_{AN}}{Z_A} = \frac{120\angle 0°}{10} = 12\angle 0° \text{ A}$

Courant de ligne B: $I_B = \frac{V_{BN}}{Z_B} = \frac{120\angle -120°}{15 + j10} = 6.66\angle -153.7° \text{ A}$

Courant de ligne C: $I_C = \frac{V_{CN}}{Z_C} = \frac{120\angle 120°}{-j30} = 4\angle -150° \text{ A}$

Courant dans la ligne neutre: $I_N = I_A + I_B + I_C = 5.58\angle -62.6° \text{ A}$

Diagramme vectoriel



Puissance complexe dans la phase A: $S_A = V_{AN}I_A^* = (120\angle 0°)(12\angle 0°) = 1440$

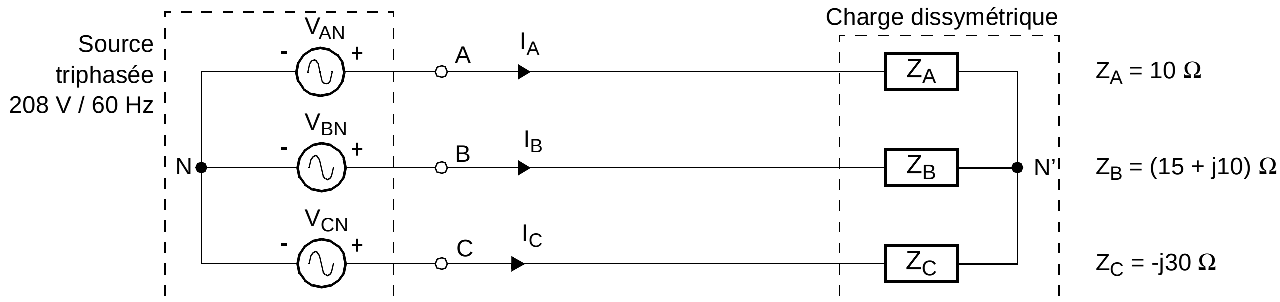
Puissance complexe dans la phase B: $S_B = V_{BN}I_B^* = (120\angle -120°)(6.66\angle 153.7°) = 664.6 + j443.1$

Puissance complexe dans la phase C: $S_C = V_{CN}I_C^* = (120\angle 120°)(4\angle 150°) = -j480$

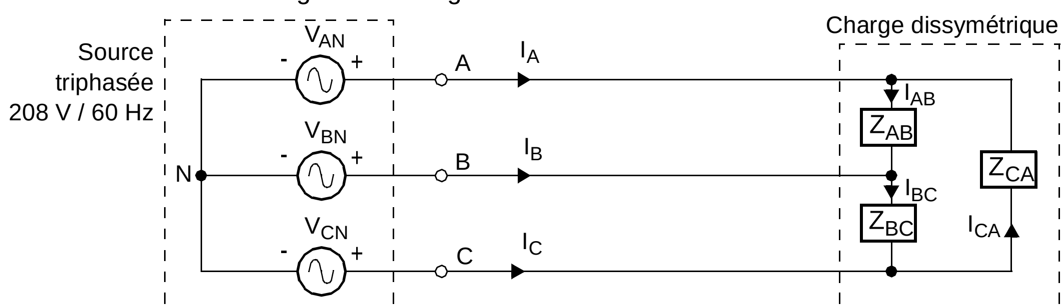
Puissance complexe totale: $S_T = S_A + S_B + S_C = 2104.6 - j36.9$

Facteur de puissance global: $fp = \dfrac{P_T}{|S_T|} = \dfrac{2104.6}{\sqrt{2104.6^2 + 36.9^2}} = 0.9998$

b) La ligne neutre est déconnectée:



On transforme la charge Y en charge Δ:



Les impédances de triangle:

$$Z_{AB} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_C} = 21.67 + j15 = 26.35\angle 34.7°\ \Omega$$

$$Z_{BC} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_A} = 45 - j65 = 79.06\angle -55.3°\ \Omega$$

$$Z_{CA} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_B} = 0.77 - j43.85 = 43.85\angle -89°\ \Omega$$

Les courants de triangle:

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_{AB}} = \frac{208\angle 30°}{26.35\angle 34.7°} = 7.89\angle -4.7°\ A$$

$$I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_{BC}} = \frac{208\angle -90°}{79.06\angle -55.3°} = 2.63\angle -34.7°\ A$$

$$I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z_{CA}} = \frac{208\angle 150°}{43.85\angle -89°} = 4.74\angle -121°\ A$$

Les courants de ligne:

$$I_A = I_{AB} - I_{CA} = (7.89\angle -4.7°) - (4.74\angle -121°) = 10.85\angle 18.3°\ A$$

$$I_B = I_{BC} - I_{AB} = (2.63\angle -34.7°) - (7.89\angle -4.7°) = 5.76\angle -171.5°\ A$$

$$I_C = I_{CA} - I_{BC} = (4.74\angle -121°) - (2.63\angle -34.7°) = 5.27\angle -150.9°\ A$$

Puissance complexe dans phase A: $S_A = V_{AN} I_A^* = (120\angle 0°)(10.85\angle -18.3°) = 1236.3 - j410$

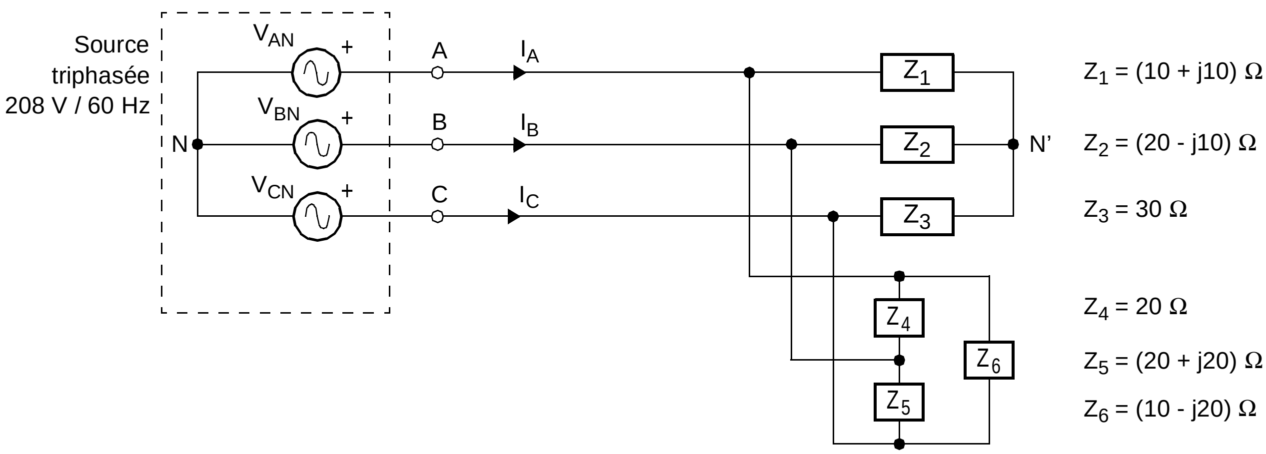
Puissance complexe dans phase B: $S_B = V_{BN} I_B^* = (120\angle -120°)(5.76\angle 171.5°) = 430.4 + j541.2$

Puissance complexe dans phase C: $S_C = V_{CN} I_C^* = (120\angle 120°)(5.27\angle 150.9°) = 9.5 - j632.3$

La puissance complexe totale: $S_T = S_A + S_B + S_C = 1676.2 - j501.1$

Le facteur de puissance global: $fp = \frac{P_T}{S_T} = \frac{1676.2}{\sqrt{1676.2^2 + 501.1^2}} = 0.958$

2.14



a) On convertit la charge Y en charge Δ:

$$Z_{AB1} = \frac{Z_1 Z_2 + Z_2 Z_3 + Z_3 Z_1}{Z_3} = 40 + j3.33\ \Omega$$

$$Z_{BC1} = \frac{Z_1Z_2 + Z_2Z_3 + Z_3Z_1}{Z_1} = 65 - j55\ \Omega$$

$$Z_{CA1} = \frac{Z_1Z_2 + Z_2Z_3 + Z_3Z_1}{Z_2} = 46 + j28\ \Omega$$

On combine les deux charges Δ en parallèle en combinant les impédances deux par deux:

$$Z_{AB} = Z_{AB1} \parallel Z_4 = 13.35 + j0.37\ \Omega$$

$$Z_{BC} = Z_{BC1} \parallel Z_5 = 23.31 + j11.95\ \Omega$$

$$Z_{CA} = Z_{CA1} \parallel Z_6 = 16.25 - j13.75\ \Omega$$

On calcule les courants de triangle dans la charge équivalente:

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_{AB}} = \frac{208\angle 30°}{13.35 + j0.37} = 15.56\angle 28.4°\ \text{A}$$

$$I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_{BC}} = \frac{208\angle -90°}{23.31 + j11.95} = 7.93\angle -117.1°\ \text{A}$$

$$I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z_{CA}} = \frac{208\angle 150°}{16.25 - j13.75} = 9.76\angle -169.8°\ \text{A}$$

Les courants de ligne sont:

$$I_A = I_{AB} - I_{CA} = (15.56\angle 28.4°) - (9.76\angle -169.8°) = 25.02\angle 21.4°\ \text{A}$$

$$I_B = I_{BC} - I_{AB} = (7.93\angle -117.1°) - (15.56\angle 28.4°) = 22.55\angle -140.1°\ \text{A}$$

$$I_C = I_{CA} - I_{BC} = (9.76\angle -169.8°) - (7.93\angle -117.1°) = 8.01\angle 138.4°\ \text{A}$$

b) La puissance complexe totale dans la charge est calculée en calculant la puissance complexe totale fournie par la source:

Phase A: $S_A = V_{AN}I_A^* = (120\angle 0°)(25.02\angle 21.4°)^* = 2795 - j1097$

Phase B: $S_B = V_{BN}I_B^* = (120\angle -120°)(22.55\angle -140.1°)^* = 2541 + j930$

Phase C: $S_C = V_{CN}I_C^* = (120\angle 120°)(8.01\angle 138.4°)^* = 913 - j303$

La puissance complexe totale dans la charge est: $S = S_A + S_B + S_C = 6249 - j470$

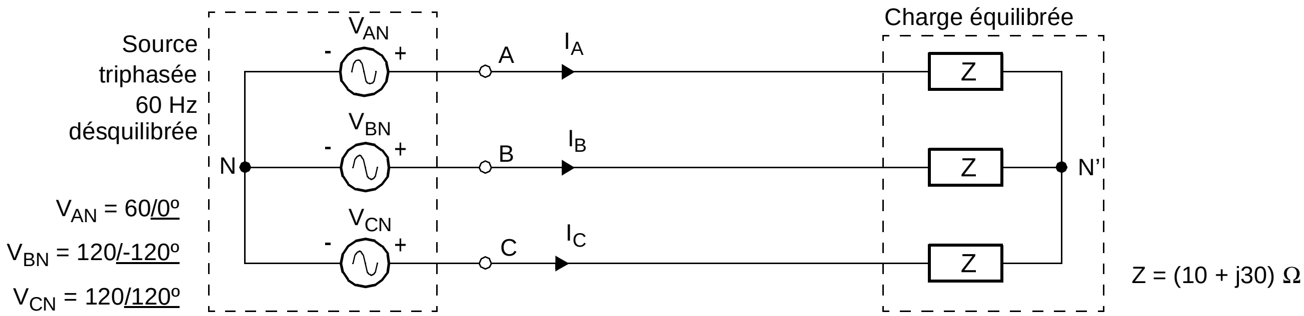
Le facteur de puissance de la charge: $fp = \dfrac{P}{S} = \dfrac{6249}{\sqrt{6249^2 + 470^2}} = 0.997\ \text{AV}$

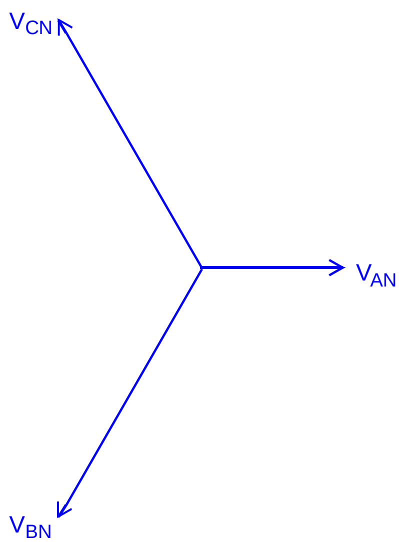
c)

Le wattmètre no. 1 indiquera: $P_1 = \text{Re}\{V_{AC}I_A^*\} = 3243\ \text{W}$

Le wattmètre no. 2 indiquera: $P_2 = \text{Re}\{V_{BC}I_B^*\} = 3006\ \text{W}$

2.15 a)





a) Les composantes symétriques sont données par la relation suivante:

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_i \\ V_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\times\begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} V_{AN} \\ V_{BN} \\ V_{CN} \end{bmatrix} = \frac{1}{3}\times\begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} 60\angle 0° \\ 120\angle -120° \\ 120\angle 120° \end{bmatrix} \qquad \text{où } a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$$

On a: $$\begin{bmatrix} V_d \\ V_i \\ V_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100 \\ -20 \\ -20 \end{bmatrix}$$

Le neutre n'est pas connecté. Par conséquent, le courant homopolaire est égal à zéro: $I_0 = 0$

Les circuits monophasés équivalents pour les systèmes direct et inverse sont identiques.
On a:

$$I_d = \frac{V_d}{Z} = \frac{100}{10 + j30} = 3.16\angle -71.6° \text{ A}$$

$$I_i = \frac{V_i}{Z} = \frac{-20}{10 + j30} = 0.632\angle 108.4° \text{ A}$$

Les courants de lignes sont donnés par la relation suivante:

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} I_d \\ I_i \\ I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ a^2 & a & 1 \\ a & a^2 & 1 \end{bmatrix}\times\begin{bmatrix} 3.16\angle -71.6° \\ 0.632\angle 108.4° \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2.53\angle{-71.6°} \\ 3.52\angle 177.4° \\ 3.52\angle 39.5° \end{bmatrix} \text{ A}$$

La puissance complexe totale dans la charge est calculée en calculant la puissance complexe dans chaque phase:

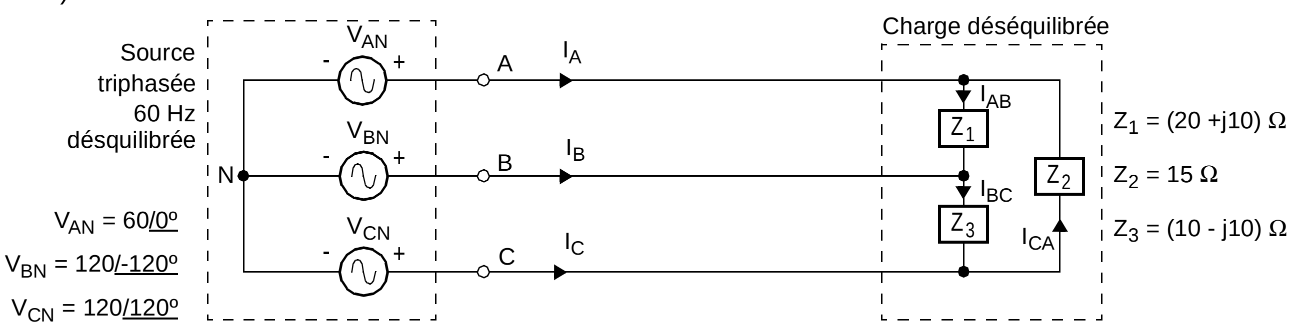
Phase A: $S_A = V_{AN}I_A{}^* = (60\angle 0°)(2.53\angle{-71.6°})^* = 48 + j144$

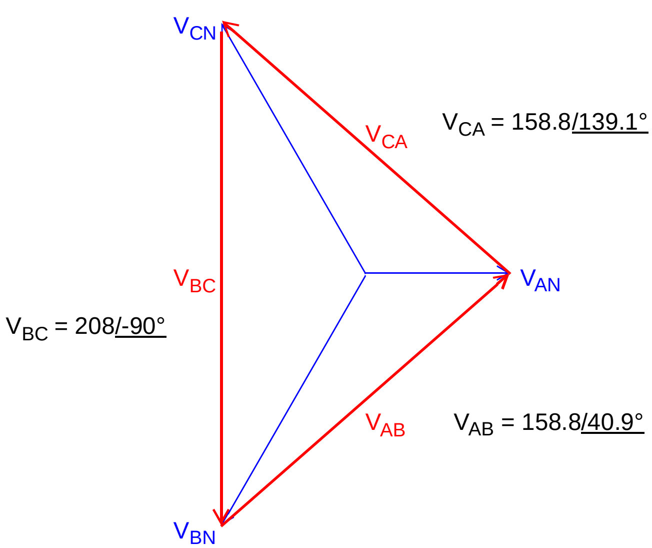
Phase B: $S_B = V_{BN}I_B{}^* = (120\angle{-120°})(3.52\angle 177.4°)^* = 194.4 + j375.2$

Phase C: $S_C = V_{CN}I_C{}^* = (120\angle 120°)(3.52\angle 39.5°)^* = 69.6 + j416.8$

La puissance complexe totale dans la charge est: $S = S_A + S_B + S_C = 312 + j936$

b)





Les courants de triangle sont:

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_{AB}} = \frac{158.8\angle 40.9°}{20 + j10} = 7.10\angle 14.3° \text{ A}$$

$$I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_{BC}} = \frac{208\angle{-90°}}{10 - j10} = 14.7\angle{-45°} \text{ A}$$

$$I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z_{CA}} = \frac{158.8\angle 139.1°}{15} = 10.58\angle 139.1° \text{ A}$$

Les courants de ligne sont:

$$I_A = I_{AB} - I_{CA} = (7.10\angle 14.3°) - (10.58\angle 139.1°) = 15.75\angle{-19.2°} \text{ A}$$

$$I_B = I_{BC} - I_{AB} = (14.7\angle{-45°}) - (7.10\angle 14.3°) = 12.65\angle{-73.9°}\ \text{A}$$

$$I_C = I_{CA} - I_{BC} = (10.58\angle 139.1°) - (14.7\angle{-45°}) = 25.26\angle 136.7°\ \text{A}$$

La puissance complexe totale dans la charge est calculée en calculant la puissance complexe dans chaque phase:

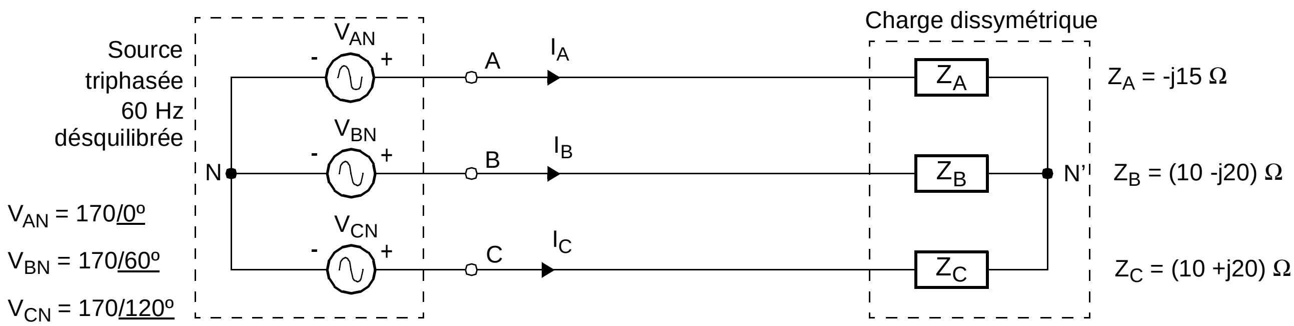
Phase A: $S_A = V_{AN} I_A^* = (60\angle 0°)(15.75\angle{-19.2°})^* = 893 + j310$

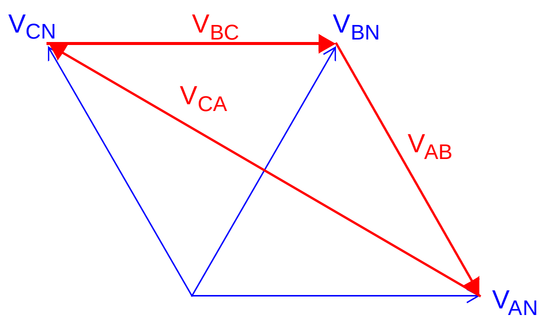
Phase B: $S_B = V_{BN} I_B^* = (120\angle{-120°})(12.65\angle{-73.9°})^* = 1052 - j1094$

Phase C: $S_C = V_{CN} I_C^* = (120\angle 120°)(25.26\angle 136.7°)^* = 2903 - j872$

La puissance complexe totale dans la charge est: $S = S_A + S_B + S_C = 4848 - j1656$

2.16





a) On décomposer la source en composantes symétriques:

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_i \\ V_0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \times \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} V_{AN} \\ V_{BN} \\ V_{CN} \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \times \begin{bmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 120\angle 0° \\ 120\angle 60° \\ 120\angle 120° \end{bmatrix} \qquad \text{où } a = e^{j\frac{2\pi}{3}}$$

On a:

$$\begin{bmatrix} V_d \\ V_i \\ V_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 40 \\ 80\angle{-60°} \\ 80\angle 60° \end{bmatrix}$$

b) On calcule les tensions ligne-ligne de la source:

$$V_{AB} = V_{AN} - V_{BN} = (120\angle 0°) - (120\angle 60°) = 120\angle{-60°}\ \text{V}$$

$$V_{BC} = V_{BN} - V_{CN} = (120\angle 60°) - (120\angle 120°) = 120\angle 0°\ \text{V}$$

$$V_{CA} = V_{CN} - V_{AN} = (120\angle 120°) - (120\angle 0°) = 208\angle 150°\ \text{V}$$

On convertit la charge Y en Δ:

$$Z_{AB} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_C} = -1.25 - j31.25\ \Omega$$

$$Z_{BC} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_A} = 43.33 + j40 \ \ \Omega$$

$$Z_{CA} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_B} = 38 + j11 \ \ \Omega$$

Les courants de triangle sont:

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_{AB}} = \frac{120\angle{-60°}}{-1.25 - j31.25} = 3.84\angle 32.3° \ \ A$$

$$I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_{BC}} = \frac{120\angle 0°}{43.33 + j40} = 2.03\angle{-42.7°} \ \ A$$

$$I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z_{CA}} = \frac{208\angle 150°}{38 + j11} = 5.25\angle 133.9° \ \ A$$

Les courants de ligne sont:

$$I_A = I_{AB} - I_{CA} = (3.84\angle 32.3°) - (5.25\angle 133.9°) = 7.10\angle{-14.2°} \ \ A$$

$$I_B = I_{BC} - I_{AB} = (2.03\angle{-42.7°}) - (3.84\angle 32.3°) = 3.85\angle{-117°} \ \ A$$

$$I_C = I_{CA} - I_{BC} = (5.25\angle 133.9°) - (2.03\angle{-42.7°}) = 7.29\angle 134.8° \ \ A$$

b) La puissance complexe totale dans la charge est calculée en calculant la puissance complexe totale fournie par la source:

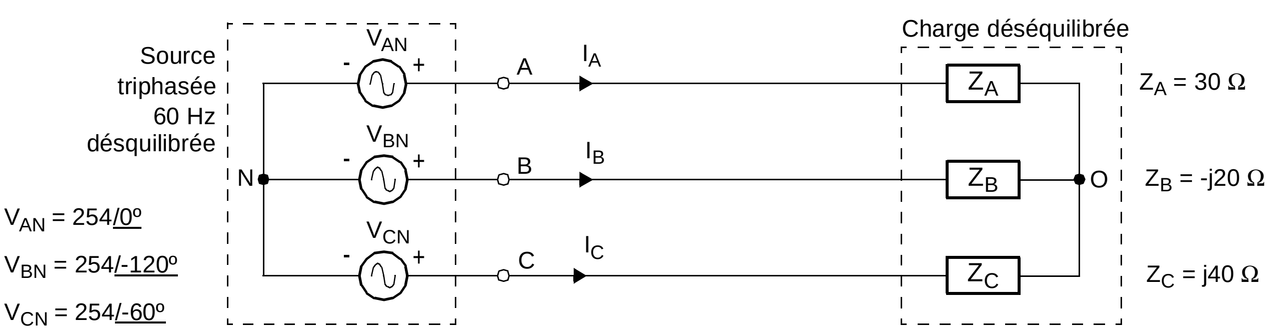
Phase A: $S_A = V_{AN} I_A^* = (120\angle 0°)(7.10\angle{-14.2°})^* = 826 + j208.7$

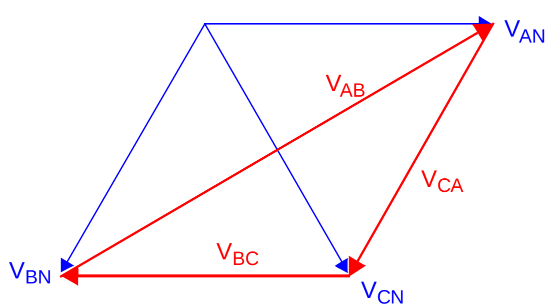
Phase B: $S_B = V_{BN} I_B^* = (120\angle 60°)(3.85\angle{-117°})^* = -461.3 + j24.1$

Phase C: $S_C = V_{CN} I_C^* = (120\angle 120°)(7.29\angle 134.8°)^* = 845.3 - j223.6$

La puissance complexe totale dans la charge est: $S = S_A + S_B + S_C = 1210 + j9.2$

2.17





On calcule les tensions ligne-ligne de la source:

$$V_{AB} = V_{AN} - V_{BN} = (254\angle 0°) - (254\angle{-120°}) = 440\angle 30° \ \ V$$

$$V_{BC} = V_{BN} - V_{CN} = (254\angle{-120°}) - (254\angle{-60°}) = 254\angle{-180°} \ \ V$$

$$V_{CA} = V_{CN} - V_{AN} = (254\angle{-60°}) - (254\angle 0°) = 254\angle{-120°}\ V$$

On convertit la charge Y en Δ:

$$Z_{AB} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_C} = 15 - j20\ \Omega$$

$$Z_{BC} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_A} = 26.67 + j20\ \Omega$$

$$Z_{CA} = \frac{Z_A Z_B + Z_B Z_C + Z_C Z_A}{Z_B} = -30 + j40\ \Omega$$

Les courants de triangle sont:

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_{AB}} = \frac{440\angle 30°}{15 - j20} = 17.6\angle 83.1°\ A$$

$$I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_{BC}} = \frac{254\angle{-180°}}{26.67 + j20} = 7.62\angle 143.1°\ A$$

$$I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z_{CA}} = \frac{254\angle{-60°}}{-30 + j40} = 5.1\angle 113.1°\ A$$

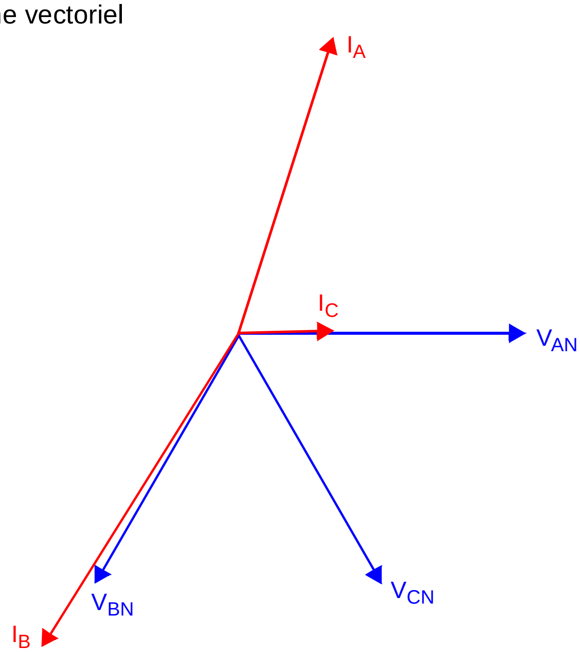
Les courants de ligne sont:

$$I_A = I_{AB} - I_{CA} = (17.6\angle 83.1°) - (5.1\angle 113.1°) = 13.44\angle 72.3°\ A$$

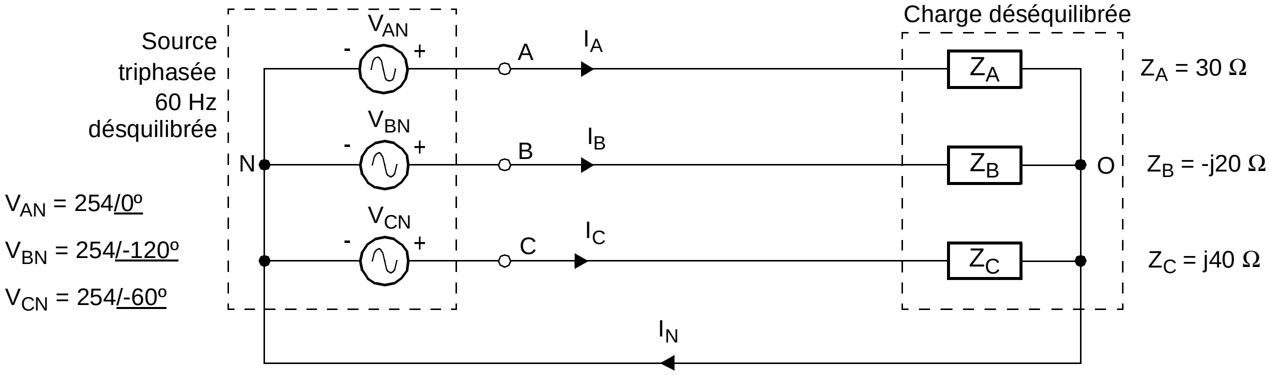
$$I_B = I_{BC} - I_{AB} = (7.62\angle 143.1°) - (17.6\angle 83.1°) = 15.29\angle{-122.4°}\ A$$

$$I_C = I_{CA} - I_{BC} = (5.1\angle 113.1°) - (7.62\angle 143.1°) = 4.1\angle 1.4°\ A$$

b) Diagramme vectoriel



c) On relie les points neutres de la source et de la charge:



On a dans ce cas trois circuits indépendants:

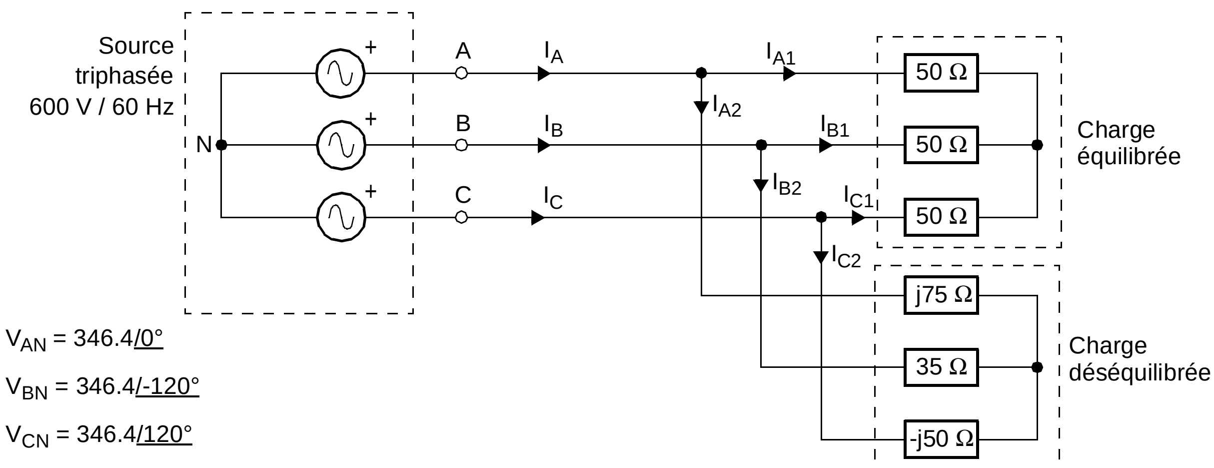
$$I_A = \frac{V_{AN}}{Z_A} = \frac{254\angle 0°}{30} = 8.47 \text{ A}$$

$$I_B = \frac{V_{BN}}{Z_B} = \frac{254\angle -120°}{-j20} = 12.7\angle -30° \text{ A}$$

$$I_C = \frac{V_{CN}}{Z_C} = \frac{254\angle -60°}{j40} = 6.35\angle -150° \text{ A}$$

Le courant dans la ligne neutre: $I_N = I_A + I_B + I_C = 16.91\angle -34.3° \text{ A}$

2.18



On a: $I_A = I_{A1} + I_{A2}$ $\quad I_B = I_{B1} + I_{B2}$ $\quad I_C = I_{C1} + I_{C2}$

On calcule les courants dans la charge équilibrée:

$$I_{A1} = \frac{V_{AN}}{50} = \frac{346.4\angle 0°}{50} = 6.93\angle 0° \text{ A}$$

$$I_{B1} = 6.93\angle -120° \text{ A}$$

$$I_{C1} = 6.93\angle 120° \text{ A}$$

Pour calculer les courants de ligne dans la charge déséquilibrée, on convertit la charge Y en Δ:

$$Z_{AB} = \frac{(j75)35 + 35(-j50) + (-j50)(j75)}{-j50} = -17.5 + j75 \ \Omega$$

$$Z_{BC} = \frac{(j75)35 + 35(-j50) + (-j50)(j75)}{j75} = -(11.67 + j50) \ \Omega$$

$$Z_{CA} = \frac{(j75)35 + 35(-j50) + (-j50)(j75)}{35} = 107.1 + j25\ \Omega$$

Les courants de triangle sont:

$$I_{AB} = \frac{V_{AB}}{Z_{AB}} = \frac{346.4\angle 0°}{-17.5 + j75} = 7.79\angle -73.1°\ \text{A}$$

$$I_{BC} = \frac{V_{BC}}{Z_{BC}} = \frac{346.4\angle -120°}{-(11.67 + j100)} = 11.69\angle -13.1°\ \text{A}$$

$$I_{CA} = \frac{V_{CA}}{Z_{CA}} = \frac{346.4\angle 120°}{214.3 - j25} = 5.45\angle 136.9°\ \text{A}$$

Les courants de ligne sont:

$$I_{A2} = I_{AB} - I_{CA} = (7.95\angle -53.3°) - (2.78\angle 156.7°) = 12.81\angle -60.8°\ \text{A}$$

$$I_{B2} = I_{BC} - I_{AB} = (5.96\angle 6.7°) - (7.95\angle -53.3°) = 10.31\angle 27.8°\ \text{A}$$

$$I_{C2} = I_{CA} - I_{BC} = (2.78\angle 156.7°) - (5.96\angle 6.7°) = 16.63\angle 157.4°\ \text{A}$$

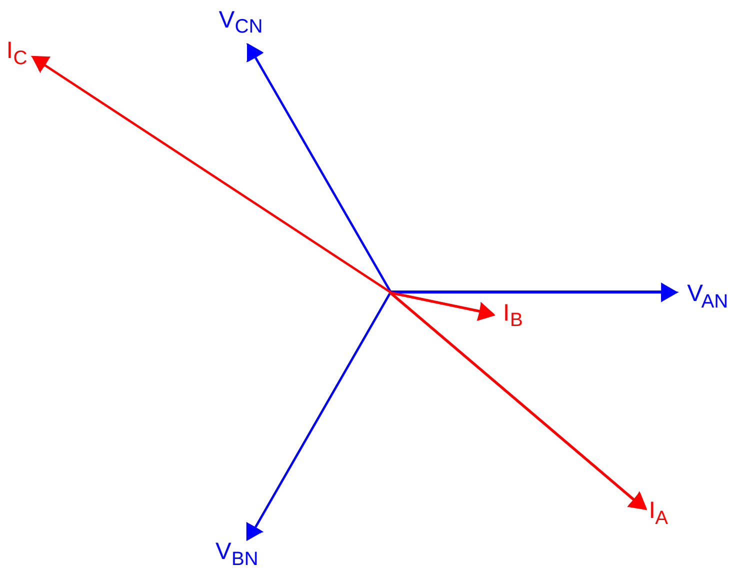
Calcul des courants de ligne totaux

$$I_A = I_{A1} + I_{A2} = (6.93\angle 0°) + (12.81\angle -60.8°) = 17.28\angle -40.3°\ \text{A}$$

$$I_B = I_{B1} + I_{B2} = (6.93\angle -120°) + (10.31\angle 27.8°) = 5.78\angle -12°\ \text{A}$$

$$I_C = I_{C1} + I_{C2} = (6.93\angle 120°) + (8.48\angle 177.2°) = 22.53\angle 146.7°\ \text{A}$$

b) Diagramme vectoriel



c) La puissance complexe totale dans la charge est calculée en calculant la puissance complexe totale fournie par la source:

Phase A: $S_A = V_{AN} I_A^* = (346.4\angle 0°)(17.28\angle -40.3°)^* = 4561 + j3874$

Phase B: $S_B = V_{BN} I_B^* = (346.4\angle -120°)(5.78\angle -12°)^* = -619.7 - j1904.5$

Phase C: $S_C = V_{CN} I_C^* = (346.4\angle 120°)(22.53\angle 146.7°)^* = 6975 - j3502$

La puissance complexe totale dans la charge est: $S = S_A + S_B + S_C = 10917 - j1532.5$

Le facteur de puissance de la charge: $fp = \frac{P}{S} = \frac{10917}{\sqrt{10917^2 + 1532.5^2}} = 0.990\ \text{AV}$