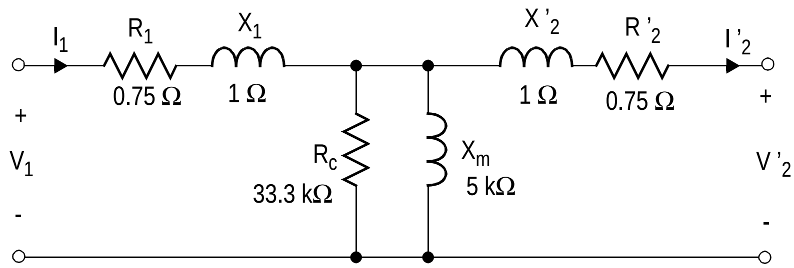
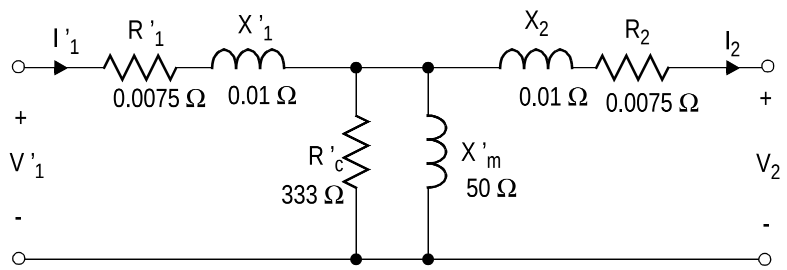
CORRIGÉ DES EXERCICES DU CHAPITRE 4
Partie 1

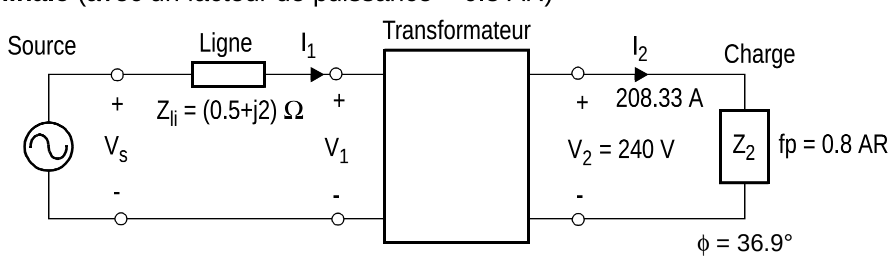
4.1 a) Circuit équivalent du transformateur référé au primaire:



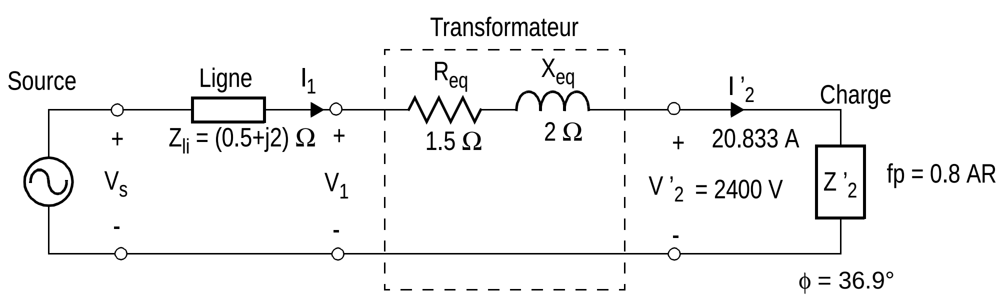
b) Circuit équivalent du transformateur référé au secondaire:



c) Le primaire est connecté à une source par une ligne de transport. Le secondaire est relié à une **charge nominale** (avec un facteur de puissance = 0.8 AR)



Le circuit équivalent réfléchi au primaire:



La tension de la source est donnée par la relation suivante:

$$V_s = V_2' + (R_{eq} + jX_{eq})I_2' + Z_{li}I_2'$$

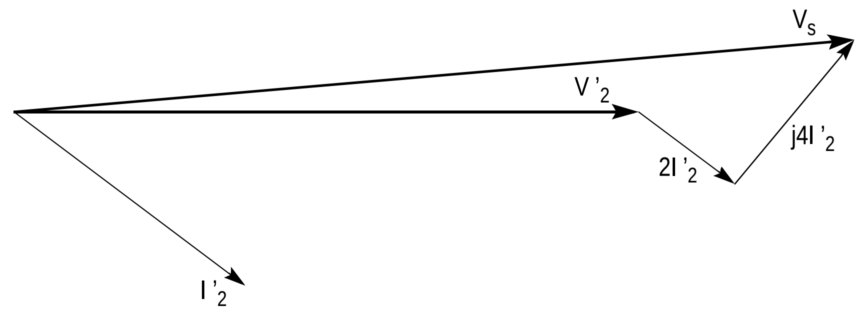
La tension V_2' est prise comme référence de phase: $V_2' = 2400\underline{/0°}$ V

Le courant I_2' est en retard de phase p/r à V_2': $I_2' = 20.833\underline{/-36.9°}$ A

La tension de la source est:

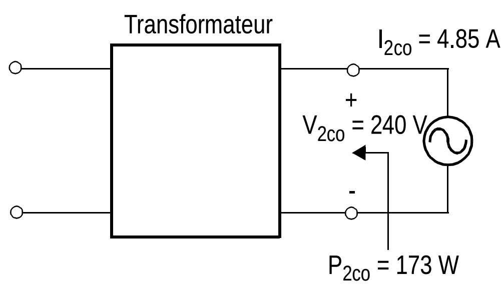
$$V_s = 2400\angle 0° + (0.5 + j2 + 1.5 + j2)20.833\angle{-36.9°} = \mathbf{2483.7}\angle 1° \text{ V}$$

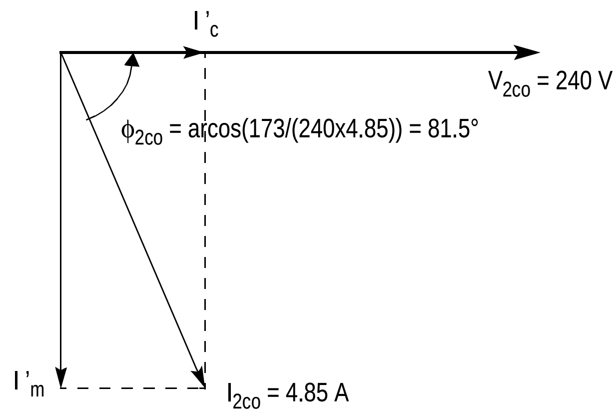
Diagramme vectoriel:



4.2

<u>Essai à vide:</u>





Le courant I_c' est: $I_c' = \dfrac{P_{2co}}{V_{2co}} = \dfrac{173}{240} = 0.72A$

Le courant I_m' est: $I_m' = \sqrt{I_{2co}^2 - I_c'^2} = \sqrt{4.85^2 - 0.72^2} = 4.8A$

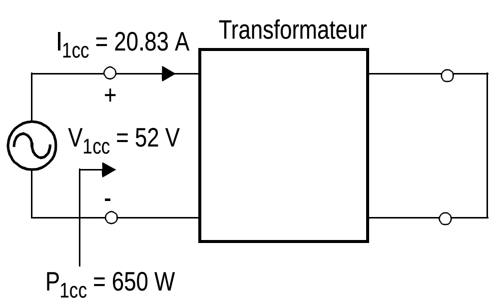
La résistance R_c' est: $R_c' = \dfrac{V_{2co}}{I_c'} = \dfrac{240}{0.72} = 333.33\Omega$

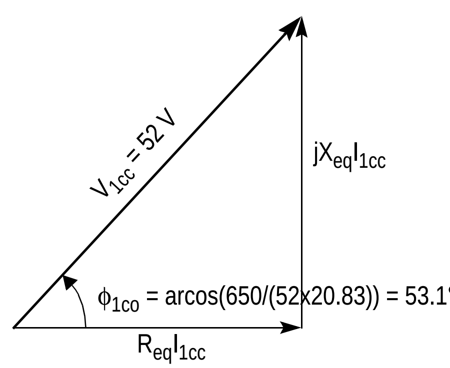
La réactance X_m' est: $X_m' = \dfrac{V_{2co}}{I_m'} = \dfrac{240}{4.8} = 50\Omega$

La résistance R_c au primaire: $R_c = a^2 R_c' = 100 \times 333.33\Omega = 33.33k\Omega$

La résistance X_m au primaire: $X_m = a^2 X_m' = 100 \times 50\Omega = 5k\Omega$

<u>Essai en court-circuit:</u>





La résistance R_{eq} est: $R_{eq} = \dfrac{P_{1cc}}{I_{1cc}^2} = \dfrac{650}{20.83^2} = 1.5\Omega$

La réactance X_{eq} est: $$X_{eq} = \frac{\sqrt{V_{1cc}^2 - (R_{eq}I_{1cc})^2}}{I_{1cc}} = 2.18\Omega$$

On peut partager en deux R_{eq} et X_{eq} pour obtenir la valeur de R_1, R_2', X_1 et X_2':

$$R_1 = R_2' = \frac{R_{eq}}{2} = 0.75\Omega \qquad \text{et} \qquad X_1 = X_2' = \frac{X_{eq}}{2} = 1.09\Omega$$

4.3 On considère le tranformateur de l'exercice 4.2. Les paramètres du transformateur sont:

50 kVA 2400V:240V 60 Hz

$R_1 = 0.75\ \Omega$ $R_2 = 0.0075\ \Omega$ $X_1 = 1.09\ \Omega$ $X_2 = 0.0109\ \Omega$

$R_c = 33.33\ k\Omega$ $X_m = 5000\ \Omega$

a) <u>Calcul du rendement du transformateur</u>

<u>Cas 1</u>: Pleine charge avec un facteur de puissance 0.8 AR

La puissance délivrée à la charge est: $P_2 = 50000 \times 0.8 = 40000$ W

Les pertes Cuivre sont mesurées dans le test en court-circuit: $P_{Cu} = 650$ W

Les pertes Fer sont mesurées dans le test à vide: $P_{Fe} = 173$ W

Le rendement du transformateur dans ce cas est:

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{Cu} + P_{Fe}} = \frac{40000}{40000 + 650 + 173} = 0.98$$

<u>Cas 2</u>: Demi-charge avec un facteur de puissance 0.6 AR

La puissance délivrée à la charge est: $P_2 = 25000 \times 0.6 = 15000$ W

Les pertes Cuivre sont proportionnelles au carré du courant. À demi-charge, le courant secondaire est égal à 0.5 fois le courant nominal. Par conséquent, les pertes Cuivre sont égales à ¼ des pertes à pleine charge:

$$P_{Cu} = \frac{650}{4} = 162.5\ \text{W}$$

Les pertes Fer sont égales aux pertes nominales (car la tension n'a pas changé):

$P_{Fe} = 173$ W

Le rendement du transformateur dans ce cas est:

$$\eta = \frac{P_2}{P_2 + P_{Cu} + P_{Fe}} = \frac{15000}{15000 + 162.5 + 173} = 0.978$$

b) <u>Calcul du rendement maximal</u>

Le rendement du transformateur est maximal lorsque les pertes Cuivre sont égales aux pertes Fer. Les pertes Fer sont constantes car la tension demeure constante. Alors, la condition pour obtenir un rendement maximal est:

$$P_{Cu} = R_{eq}I_1^2 = P_{Fe} = 173\ \text{W}$$

On déduit: $I_1 = 10.74$ A

Ce courant correspond à (10.74/20.833) = 0.516 fois le courant nominal.

La puissance apparente de la charge dans ce cas est: 0.516 x 50000 VA = 25800 VA

Avec un facteur de puissance égal à 1, le rendement maximal est:

$$\eta(\max) = \frac{P_2}{P_2 + P_{Cu} + P_{Fe}} = \frac{25800}{25800 + 173 + 173} = 0.987$$

4.4 On considère le tranformateur de l'exercice 4.2. Les paramètres du transformateur sont:

50 kVA 2400V:240V 60 Hz

$R_1 = 0.75\ \Omega$ $R_2 = 0.0075\ \Omega$ $X_1 = 1.09\ \Omega$ $X_2 = 0.0109\ \Omega$

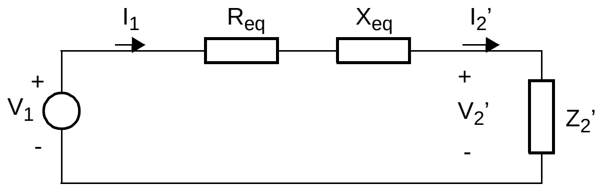
$R_c = 33.33\ k\Omega$ $X_m = 5000\ \Omega$

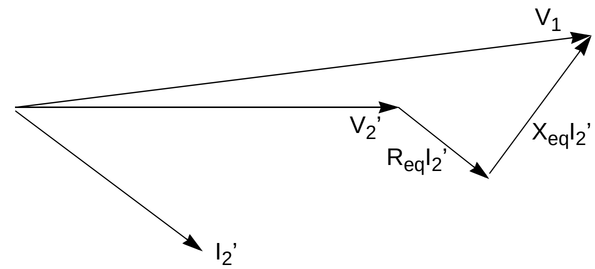
Le courant nominal au primaire: $I_1(nom) = 50000/2400 = 20.833$ A

Le courant nominal au secondaire: $I_2(nom) = 50000/240 = 208.33$ A

Le secondaire alimente une charge nominale (50 kVA) avec un facteur de puissance 0.8 AR. La tension secondaire doit être 240 V.

a) <u>Calcul de la tension secondaire</u>





On prend V_2' comme référence de phase: $V_2' = 2400\angle 0°\ V$

Le courant secondaire réfléchi au primaire I_2' est égal à 20.833 A. Il est en retard de phase par rapport à la tension V_2' d'un angle ϕ égal à:

$$\phi = \arccos(0.8) = 36.9°$$

La tension au primaire est donnée par:

$$V_1 = V_2' + (R_{eq} + jX_{eq})I_2' = 2400 + (1.5 + j2.18)(20.833\angle{-36.9°})$$

$$V_1 = 2452.3\angle 0.4°\ V$$

b) <u>Calcul du rapport de transformation</u>

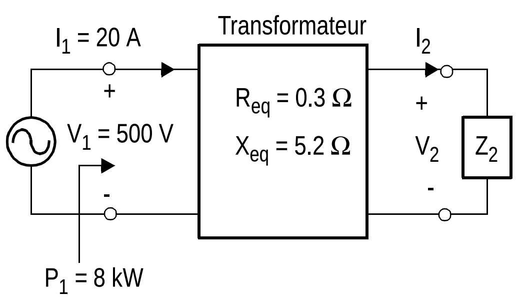
Si la tension primaire est de 2400 V, on doit avoir une tension V2' approximativement égale à:

$$V_2' = V_1 - (R_{eq} + jX_{eq})I_2' = 2400 - (1.5 + j2.18)(20.833\angle{-36.9°}) = 2347.8\angle{-0.4°}$$

Le rapport de transformation à utiliser dans ce cas sera de:

a' = 2347.8/240 = 9.78

4.5



Le facteur de puissance au primaire est: $fp_1 = \dfrac{P_1}{S_1} = \dfrac{8000}{20 \times 500} = 0.8$

Le déphasage entre I_1 et V_1 est: $\phi_1 = \arccos(0.8) = 36.9°$

La tension secondaire réfléchie au primaire est égale à:

$$V_2' = V_1 - (R_{eq} + jX_{eq})I_1 = 500 - (0.3 + j5.2)20\angle{-36.9°} = 440\angle{-10.4°}\ V$$

La tension secondaire est: $V_2 = \dfrac{V_2'}{a} = \dfrac{440\angle{-10.4°}}{5} = 88\angle{-10.4°}\ V$

En négligeant le courant d'excitation I0, on a: $I_2' \approx I_1 = 20\angle{-36.9°}\ A$

Le déphasage entre la tension et le courant dans la charge est:

$$\phi_2 = \angle V_2 - \angle I_2 = (-10.4°) - (-36.9°) = 26.5°$$

Le facteur depuissance de la charge est: $fp_2 = \cos(26.5°) = 0.895$

4.6

Le rapport de transformation: $a = 2$

La valeur nominale du courant primaire: $I_1(nom) = 30000/240 = 125$ A

La résistance R_{eq} est: $R_{eq} = R_1 + R_2' = 0.14 + 0.14 = 0.28\ \Omega$

La réactance X_{eq} est: $X_{eq} = X_1 + X_2' = 0.22 + 0.22 = 0.44\ \Omega$

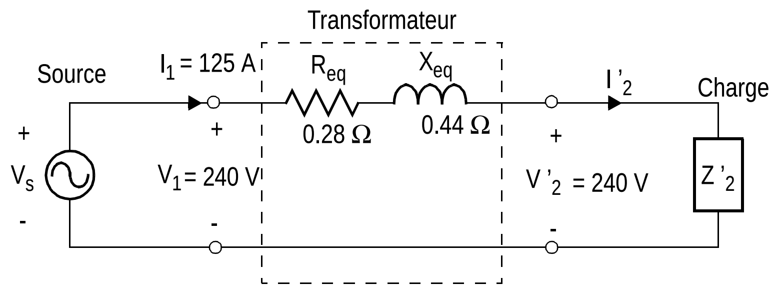
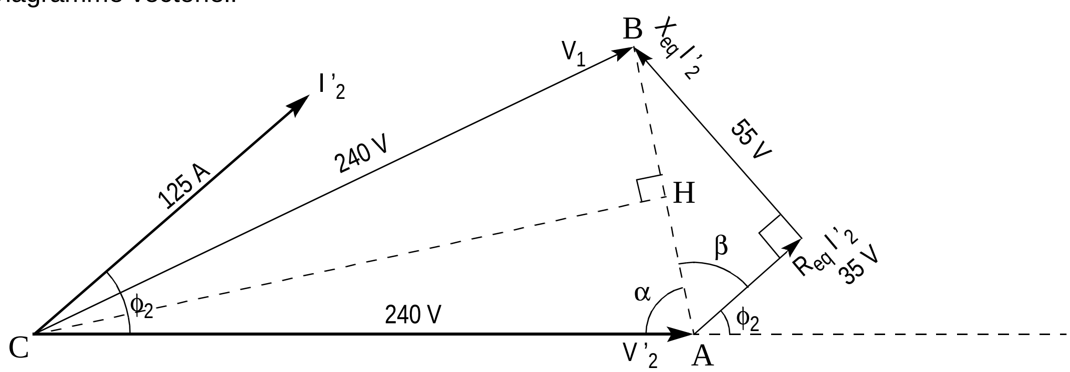


Diagramme vectoriel:



On écrit: $\quad tg\beta = \dfrac{X_{eq}}{R_{eq}} = \dfrac{0.44}{0.28} = 1.571$

Alors: $\quad \beta = 57.5°$

On a: $\quad \cos\alpha = \dfrac{AH}{AC} = \dfrac{(AB)/2}{AC} = \dfrac{(\sqrt{35^2 + 55^2})/2}{240} = 0.1358$

Alors: $\quad \alpha = 82.2°$

On déduit: $\quad \phi_2 = 180° - \alpha - \beta = 180° - 82.2° - 57.5° = 40.3°$

Le facteur de puissance de la charge est: $\quad fp_2 = \cos(40.3°) = 0.763$ AV

4.7

L'essai en court-circuit donne: $V_{1cc} = 57.5$ V $\quad I_{1cc} = 8.34$ A $\quad P_{1cc} = 284$ W

La résistance R_{eq} est: $\quad R_{eq} = \dfrac{P_{1cc}}{I_{1cc}^2} = \dfrac{284}{8.34^2} = 4\Omega$

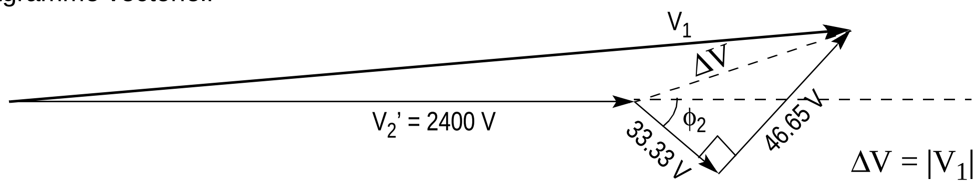
La réactance X_{eq} est: $\quad X_{eq} = \dfrac{\sqrt{V_{1cc}^2 - (R_{eq}I_{1cc})^2}}{I_{1cc}} = 5.6\Omega$

Le courant nominal au primaire est: $\quad I_1(nom) = \dfrac{20000}{2400} = 8.33A$

La chute de tension dans le transformateur est égale à $(R_{eq}+jX_{eq})\ I_1$.

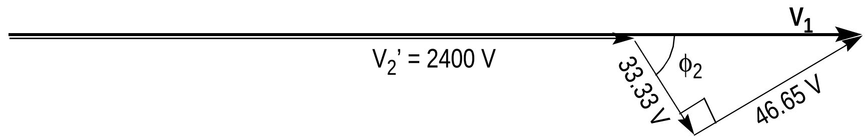
On a: $\quad R_{eq}I_1 = 33.32$ V $\quad$ et $\quad X_{eq}I_1 = 46.65$ V

Diagramme vectoriel:



$\Delta V = |V_1| - |V_2|$

Le facteur de régulation maximal (le plus mauvais!) est obtenu lorsque la différence entre V_1 et V_2' est maximale. Cette condition est illustrée dans le diagramme vectoriel suivant:



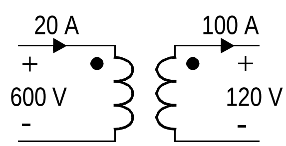
$\Delta V = |V_1| - |V_2|$

Dans ce cas, V_1 et V_2' sont en phase.

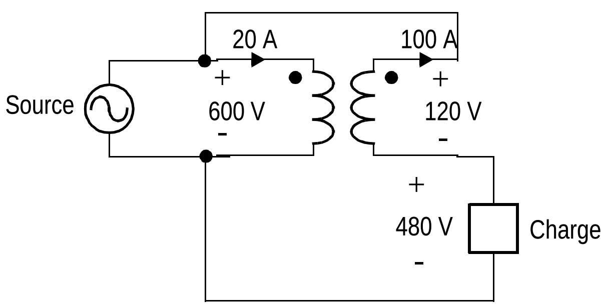
La chute de tension est: $\Delta V = \sqrt{33.32^2 + 46.65^2} = 57.33\text{V}$

Le facteur de régulation dans ce cas est: $\text{reg} = \dfrac{57.33}{2400} = 2.4\ \%$

4.8 Les conditions nominales de fonctionnement du transformateur sont indiquées dans la figure suivante



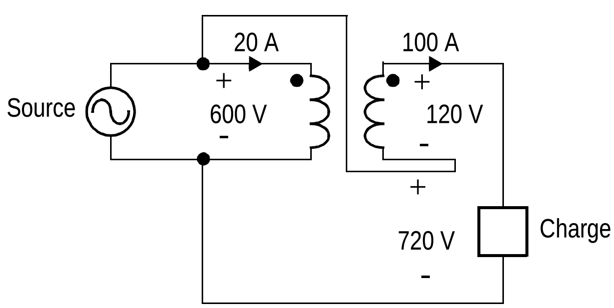
a) <u>Autotransformateur de rapport 600 V / 480 V</u>
Schéma de câblage



Capacité en puissance:

S = 480V x 100A = 48 kVA

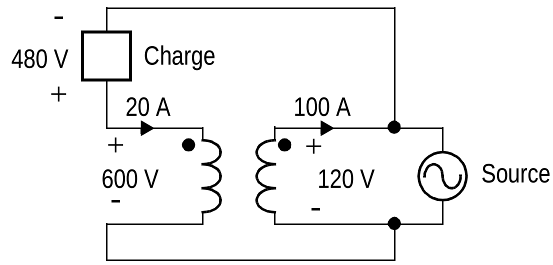
b) <u>Autotransformateur de rapport 600 V / 720 V</u>
Schéma de câblage



Capacité en puissance:

S = 720V x 100A = 72 kVA

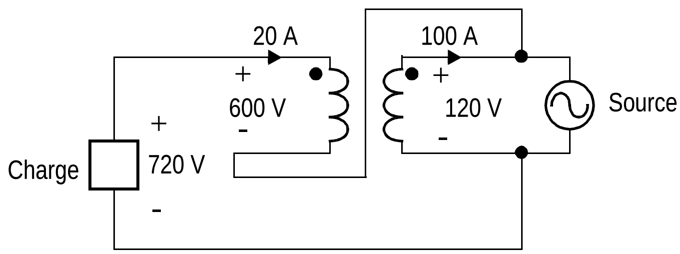
c) Autotransformateur de rapport 120 V / 480 V
Schéma de câblage



Capacité en puissance:

S = 480V x 20A = 9.6 kVA

d) Autotransformateur de rapport 120 V / 720 V
Schéma de câblage



Capacité en puissance:

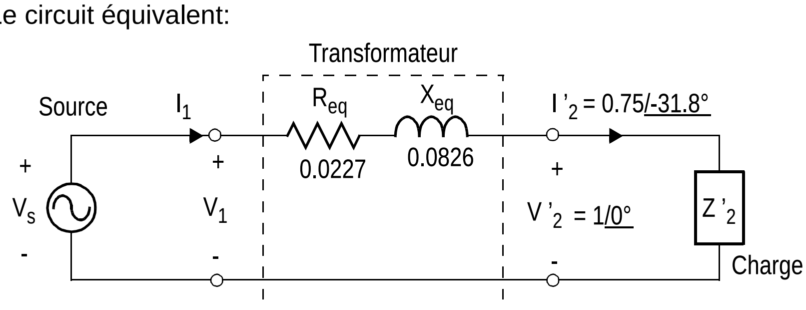
S = 720V x 20A = 14.4 kVA

4.9 Valeurs de base au primaire S_b = 20 kVA V_{bp} = 2200 V
$I_{bp} = S_b/V_{bp}$ = 9.09 A $Z_{bp} = V_{bp}/I_{bp} = 242\ \Omega$
Valeurs de base au secondaire S_b = 20 kVA V_{bs} = 220 V
$I_{bs} = S_b/V_{bs}$ = 90.9 A $Z_{bs} = V_{bs}/I_{bs} = 2.42\ \Omega$

a) On convertit les paramètres du transformateur en unités réduites:

R_1 = 2.5/242 = 0.0103 pu
R_2 = 0.03/2.42 = 0.0124 pu
X_1 = 10/242 = 0.0413 pu
X_2 = 0.1/2.42 = 0.0413 pu
X_m = 25000/242 = 103.3 pu

b) Une charge de 0.75 pu (avec fp = 0.85 AR / angle ϕ = 31.8°) est connectée au secondaire.
La tension secondaire est prise comme référence de phase: $V_2 = 1\angle 0°$
Le courant secondaire est: $I_2 = 0.75\angle -31.8°$
Le circuit équivalent:

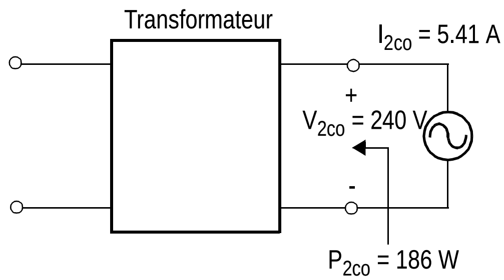


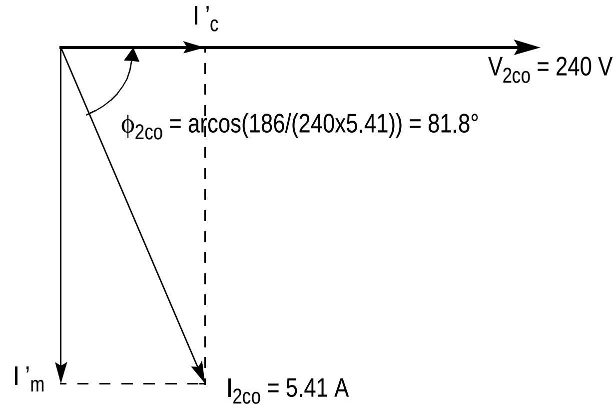
La tension au primaire est: $V_1 = V_2' + (R_{eq} + jX_{eq})I_2' = 1 + (0.0227 + j0.0826)0.75\angle{-31.8°}$

$V_1 = 1.048\angle 2.4°$

En valeur numérique: $V_1 = 1.048\angle 2.4° \times 2200 = 2305.6\angle 2.4°\ \text{V}$

4.10 Essai à vide:





Le courant I_c' est: $I_c' = \frac{P_{2co}}{V_{2co}} = \frac{186}{240} = 0.775A$

Le courant I_m' est: $I_m' = \sqrt{I_{2co}^2 - I_c'^2} = \sqrt{5.41^2 - 0.775^2} = 5.354A$

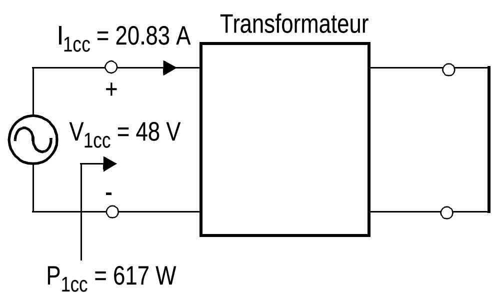
La résistance R_c' est: $R_c' = \frac{V_{2co}}{I_c'} = \frac{240}{0.775} = 309.68\Omega$

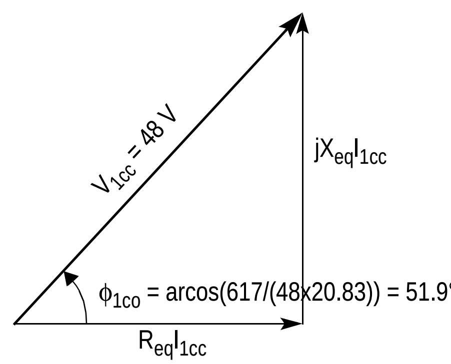
La réactance X_m' est: $X_m' = \frac{V_{2co}}{I_m'} = \frac{240}{5.354} = 44.83\Omega$

La résistance R_c au primaire: $R_c = a^2 R_c' = 100 \times 309.68\Omega = 30.968k\Omega$

La résistance X_m au primaire: $X_m = a^2 X_m' = 100 \times 44.83\Omega = 4.483k\Omega$

Essai en court-circuit:





La résistance R_{eq} est: $R_{eq} = \frac{P_{1cc}}{I_{1cc}^2} = \frac{617}{20.83^2} = 1.42\Omega$

La réactance X_{eq} est: $X_{eq} = \frac{\sqrt{V_{1cc}^2 - (R_{eq} I_{1cc})^2}}{I_{1cc}} = 1.82\Omega$

On peut partager en deux R_{eq} et X_{eq} pour obtenir la valeur de R_1, R_2', X_1 et X_2':

$$R_1 = R_2' = \frac{R_{eq}}{2} = 0.71\Omega \qquad \text{et} \qquad X_1 = X_2' = \frac{X_{eq}}{2} = 0.91\Omega$$

b) Calcul du rendement du transformateur dans les conditions nominales de fonctionnement:

Le rendement est: $\eta = \frac{P_2}{P_2 + PertesFer + PertesCuivre} = \frac{0.8 \times 50000}{0.8 \times 50000 + 186 + 617} = 0.98$

c) <u>Tension primaire</u>:

On a: $$V_1 = V_2' + (R_{eq} + jX_{eq})I_2'$$

$$V_1 = 2400 + (1.42 + j1.82)20.83\angle{-36.9°} = 2446.5\angle 0.3° \text{ V}$$

Facteur de régulation: $$reg = \frac{2446.5 - 2400}{2400} = 0.186$$

4.11 a) Le courant **nominal** au primaire est égal à: $$I_1(nom) = \frac{10000}{2300} = 4.35\text{A}$$

Le rendement du transformateur est maximal lorsque les pertes Cuivre sont égales aux pertes Fer:

$$R_{eq}(I'_2)^2 = \frac{V_1^2}{R_c}$$

ou bien: $$I'_2 = \sqrt{\frac{V_1^2}{R_c R_{eq}}}$$

On a: $$R_{eq} = R_1 + R_2' = 5.8 + 6.05 = 11.85\Omega$$

Alors le rendement du transformateur sera maximal lorsque: $$I'_2 = \sqrt{\frac{2300^2}{75600 \times 11.85}} = 2.43\text{A} \approx I_1$$

Ce courant représente (2.43/4.35) = 0.559 pu. La puissance apparente correspondante est aussi 0.559 pu (ou 5.559 kVA).

Le rendement maximal est: $$\eta_{max} = \frac{8500}{8500 + 2(11.85 \times 2.43^2)} = 0.984$$

b) Le cycle de travail journalier du transformateur (avec une charge à fp = 0.85) est:

0.9 fois la charge nominale pendant 6 heures
0.5 fois la charge nominale pendant 10 heures
sans charge pendant 8 heures

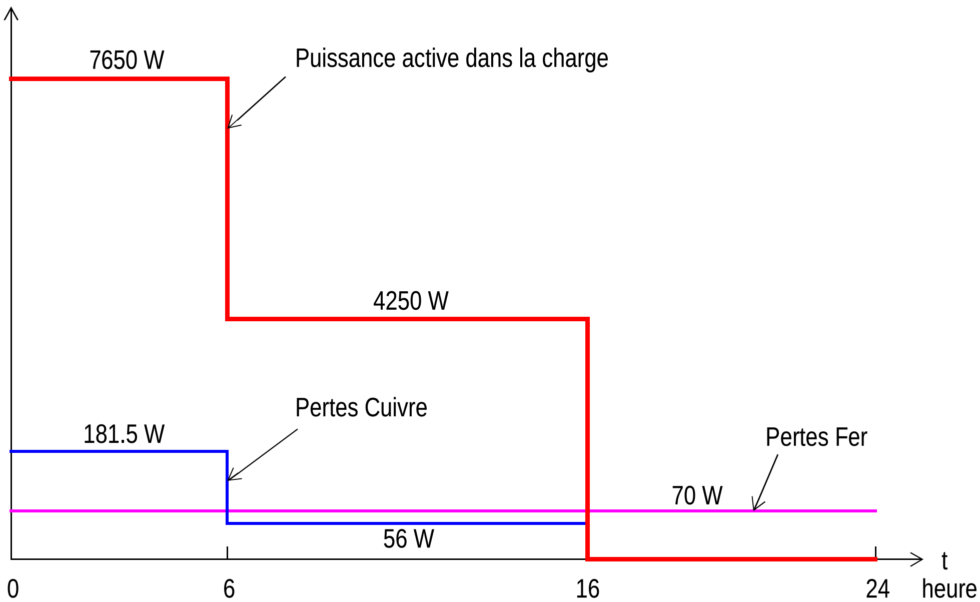
Les pertes Fer sont constantes et égales à: $$P_{Fe} = \frac{2300^2}{75600} = 70\text{W}$$

Les pertes Cuivre varient comme le carré du courant. À 0.9 fois la charge nominale, les pertes Cuivre sont égales à 0.81 fois les pertes Cuivre nominales. À 0.5 fois la charge nominale, les pertes Cuivre sont égales à 0.25 fois les pertes Cuivre nominales.

On établit le bilan de puissance suivant:

	Puissance active dans la charge	Pertes Fer	Pertes Cuivre
Charge nominale	8500 W	70 W	224 W
0.9 fois la charge nominale	7650 W	70 W	181.5 W
0.5 fois la charge nominale	4250 W	70 W	56 W
Sans charge	0 W	70 W	0 W

On trace la puissance active dans la charge et les pertes en fonction du temps:



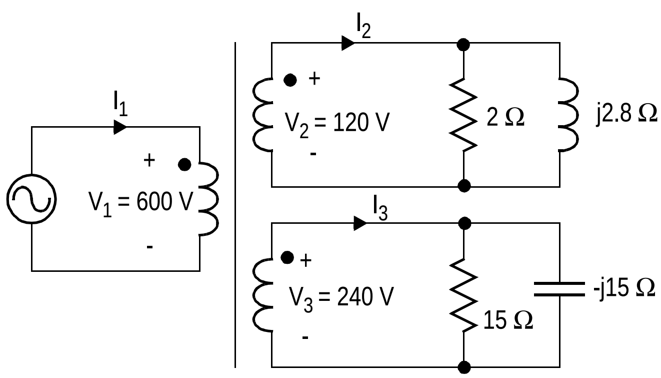
On fait le bilan d'énergie pour une période de 24 heures:

Énergie délivrée à la charge	(7650 x 6) + (4250 x 10) = 88400 W.h
Énergie perdue dans le Cuivre	(181.5 x 6) + (56 x 10) = 1649 W.h
Énergie perdue dans le Fer	(70 x 24) = 1680 W.h

Le rendement énergétique (sur une base journalière) du transformateur sera donc:

$$\eta_{energie} = \frac{88400}{88400 + 1649 + 1680} = 0.964$$

4.12



a) Le courant dans le bobinage 120 V: $$I_2 = \frac{V_2}{\dfrac{2 \times j2.8}{2 + j2.8}} = \frac{120}{1.324 + j0.946} = 73.73\angle{-35.5°}\ \text{A}$$

Le courant dans le bobinage 240 V: $$I_3 = \frac{V_3}{\dfrac{15 \times (-j15)}{15 - j15}} = \frac{240}{7.5 - j7.5} = 22.63\angle 45°\ \text{A}$$

Le courant dans le bobinage primaire est:

$$I_1 = \left(\frac{120}{600}\right)I_2 + \left(\frac{240}{600}\right)I_3 = \left(\frac{120}{600}\right)(73.73\angle{-35.5°}) + \left(\frac{240}{600}\right)(22.63\angle 45°)$$

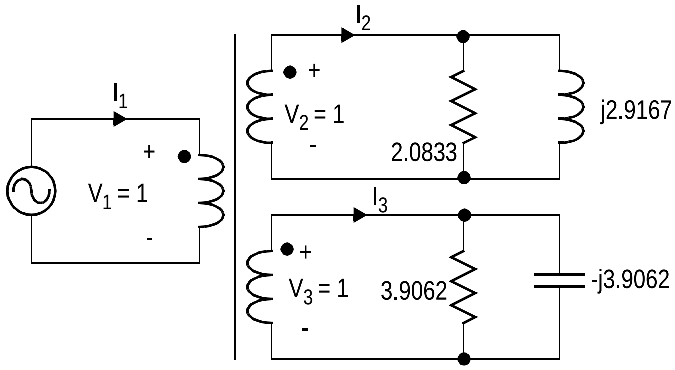
$$I_1 = 18.53\angle{-6.7°}\ \text{A}$$

b) L'impédance équivalente vue par la source est égale à: $$Z_1 = \frac{V_1}{I_1} = \frac{600\angle 0°}{18.53\angle{-6.7°}} = 32.38\angle 6.7°\ \Omega$$

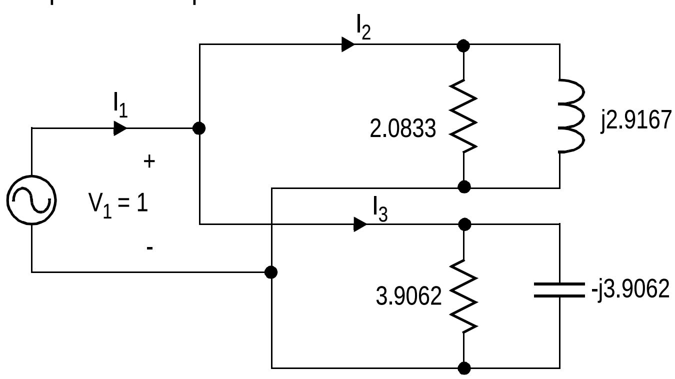
c) On choisit les valeurs de base au primaire et aux secondaires:

	Primaire	Secondaire 1	Secondaire 2
Puissance apparente de base	15000 VA	15000 VA	15000 VA
Tension de base	600 V	120 V	240 V
Courant de base	25 A	125 A	62.5 A
Impédance de base	24 W	0.96 W	3.84 W

Le même transformateur en système grandeur réduite:



Le circuit équivalent au primaire:



Le courant I_2 est: $I_2 = \dfrac{1}{\dfrac{2.0833 \times j2.9167}{2.0833 + j2.9167}} = 0.5899\angle{-35.5°}$

Le courant I_3 est: $I_3 = \dfrac{1}{\dfrac{-3.9062 \times j3.9062}{3.9062 - j3.9062}} = 0.362\angle 45°$

Le courant I_1 est la somme des deux courants:

$$I_1 = I_2 + I_3 = (0.5899\angle{-35.5°}) + (0.362\angle 45°) = 0.7411\angle{-6.7°}$$

Impédance équivalente vue par la source:

$$Z_1 = \frac{V_1}{I_1} = \frac{1}{0.7411\angle{-6.7°}} = 1.3493\angle 6.7°$$

En valeurs réelles, on a:

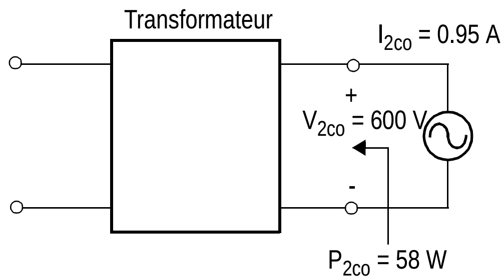
$$I_2 = 0.5899\angle{-35.5°} \times 125 = 73.73\angle{-35.5°}\ \text{A}$$

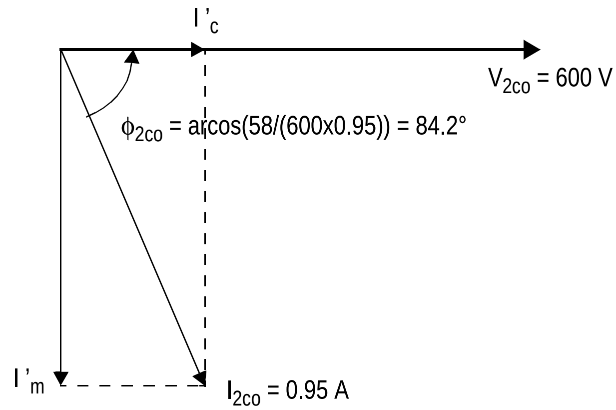
$$I_3 = 0.362\angle 45° \times 62.5 = 22.63\angle 45°\ \text{A}$$

$$I_1 = 0.7411\angle{-6.7°} \times 25 = 18.53\angle{-6.7°}\ \text{A}$$

$$Z_1 = 1.3493\angle 6.7° \times 24 = 32.38\angle 6.7°\ \Omega$$

4.13 Essai à vide:





Le courant I_c’ est: $I_c' = \frac{P_{2co}}{V_{2co}} = \frac{58}{600} = 0.0967A$

Le courant I_m’ est: $I_m' = \sqrt{I_{2co}^2 - I_c'^2} = \sqrt{0.95^2 - 0.0967^2} = 0.945A$

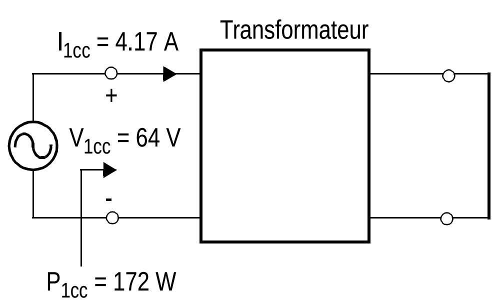
La résistance R_c’ est: $R_c' = \frac{V_{2co}}{I_c'} = \frac{600}{0.0967} = 6205\Omega$

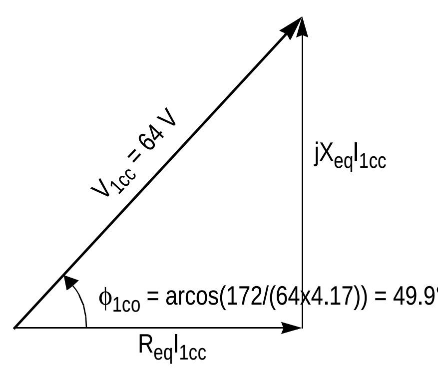
La réactance X_m’ est: $X_m' = \frac{V_{2co}}{I_m'} = \frac{600}{0.945} = 635\Omega$

La résistance R_c au primaire: $R_c = a^2 R_c' = 16 \times 6205\Omega = 99.28k\Omega$

La résistance X_m au primaire: $X_m = a^2 X_m' = 16 \times 635\Omega = 10.16k\Omega$

Essai en court-circuit:





La résistance R_{eq} est: $R_{eq} = \frac{P_{1cc}}{I_{1cc}^2} = \frac{172}{4.17^2} = 9.9\Omega$

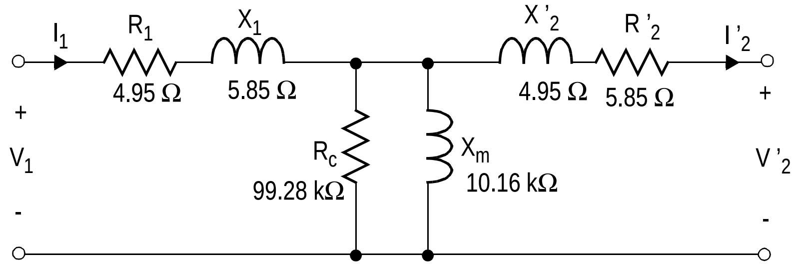
La réactance X_{eq} est: $X_{eq} = \frac{\sqrt{V_{1cc}^2 - (R_{eq} I_{1cc})^2}}{I_{1cc}} = 11.7\Omega$

On peut partager en deux R_{eq} et X_{eq} pour obtenir la valeur de R_1, R_2’, X_1 et X_2’:

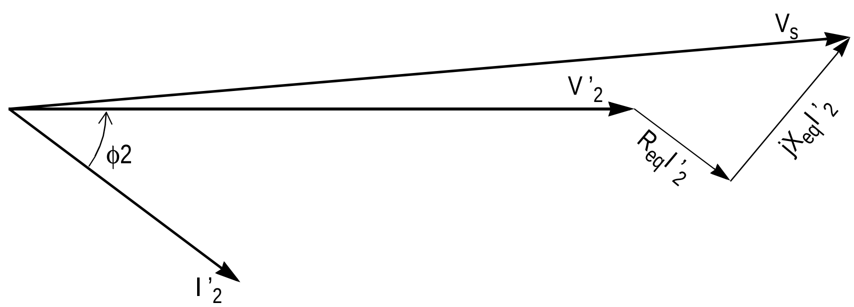
$$R_1 = R_2' = \frac{R_{eq}}{2} = 4.95\Omega$$

$$X_1 = X_2' = \frac{X_{eq}}{2} = 5.85\Omega$$

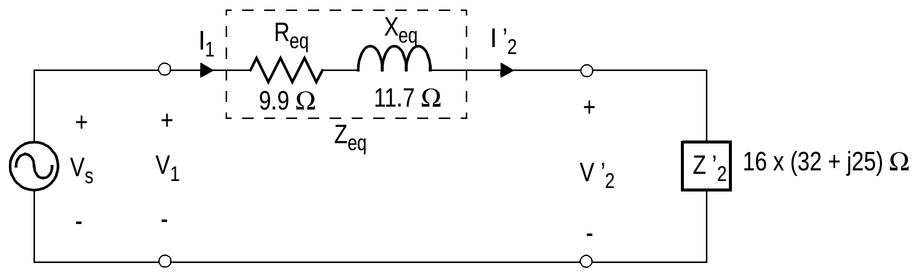
Circuit équivalent du transformateur référé au primaire:



b) Une charge inductive (32+j25)Ω est connectée au secondaire.
Diagramme vectoriel:



Circuit équivalent référé au primaire:



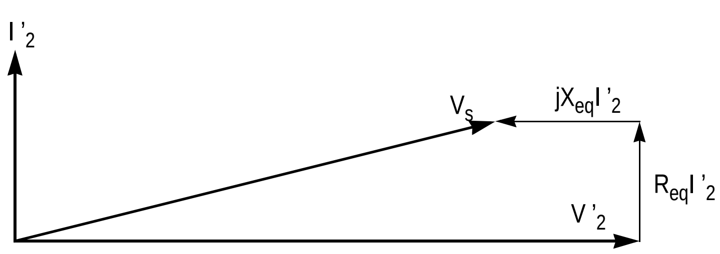
La tension V'_2 est donnée par:

$$V'_2 = \frac{Z'_2}{Z'_2 + Z_{eq}} \times V_s = \frac{16(32 + j25)}{16(32 + j25) + (9.9 + j11.7)} \times 2400\angle 0° = 2345.8\angle -0.3°$$

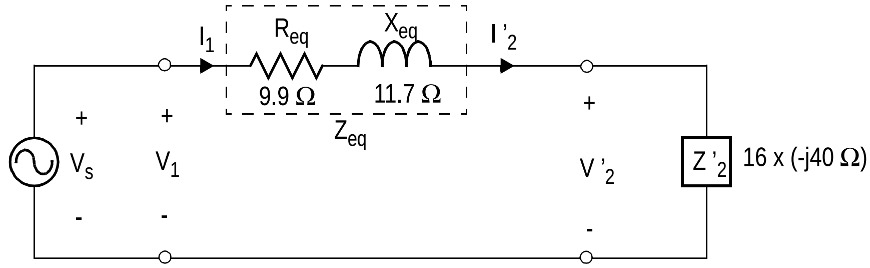
La tension au secondaire est:

$$V_2 = \frac{V'_2}{a} = \frac{2345.8\angle -0.3°}{4} = 592.3\angle -0.3° \text{ V}$$

c) Un condensateur (-j40Ω) est connecté au secondaire.
Diagramme vectoriel:



Circuit équivalent référé au primaire:



La tension V'_2 est donnée par:

$$V'_2 = \frac{Z'_2}{Z'_2 + Z_{eq}} \times V_s = \frac{16(-j40)}{16(-j40) + (9.9 + j11.7)} \times 2400\angle 0° = 2444.4\angle -0.9°\ \text{V}$$

La tension au secondaire est:

$$V_2 = \frac{V'_2}{a} = \frac{2444.4\angle -0.9°}{4} = 611.1\angle -0.9°\ \text{V}$$