Addition de deux sinusoïdes de même fréquence

Soient deux fonctions sinusoïdales de même fréquence (les amplitudes et phases sont différentes):

$$x_1(t) = A_1\cos(\omega t + \phi_1) \qquad \text{et} \qquad x_2(t) = A_2\cos(\omega t + \phi_2)$$

On désire calculer la somme de $x_1(t)$ et $x_2(t)$:

$$y(t) = x_1(t) + x_2(t) = A_1\cos(\omega t + \phi_1) + A_2\cos(\omega t + \phi_2)$$

On peut écrire:

$$y(t) = \mathbf{A_1\cos(\omega t + \phi_1) + A_2\cos(\omega t + \phi_2)} = \mathrm{Re}\left\{A_1 e^{j(\omega t + \phi_1)}\right\} + \mathrm{Re}\left\{A_2 e^{j(\omega t + \phi_2)}\right\}$$

$$= \mathrm{Re}\left\{A_1 e^{j(\omega t + \phi_1)} + A_2 e^{j(\omega t + \phi_2)}\right\}$$

$$= \mathrm{Re}\left\{A_1 e^{j\phi_1} e^{j\omega t} + A_2 e^{j\phi_2} e^{j\omega t}\right\} = \mathrm{Re}\left\{(A_1 e^{j\phi_1} + A_2 e^{j\phi_2}) e^{j\omega t}\right\}$$

$$= \mathrm{Re}\{C e^{j\phi} e^{j\omega t}\} = \mathrm{Re}\{C e^{j(\omega t + \phi)}\} = \mathbf{C\cos(\omega t + \phi)}$$

Les constantes C et ϕ sont déterminées par la relation suivante:

$$Ce^{j\phi} = (A_1 e^{j\phi_1} + A_2 e^{j\phi_2})$$

On a:

$$C\cos\phi + jC\sin\phi = (A_1\cos\phi_1 + A_2\cos\phi_2) + j(A_1\sin\phi_1 + A_2\sin\phi_2)$$

On déduit: $\quad C\cos\phi = A_1\cos\phi_1 + A_2\cos\phi_2 \quad$ et $\quad C\sin\phi = A_1\sin\phi_1 + A_2\sin\phi_2$

Alors:

$$\boxed{\mathrm{tg}\phi = \frac{A_1\sin\phi_1 + A_2\sin\phi_2}{A_1\cos\phi_1 + A_2\cos\phi_2}}$$

et:

$$\boxed{C = \sqrt{(A_1\cos\phi_1 + A_2\cos\phi_2)^2 + (A_1\sin\phi_1 + A_2\sin\phi_2)^2}}$$